Incertitudes de mesure : une approche normative

par **Dominique BARCHIESI**
Professeur des Universités
Directeur du département Matériaux, Technologie et Économie
Laboratoire de Nanotechnologie et d'Instrumentation Optique
Université de technologie de Troyes - 10010 Troyes Cedex
dominique.barchiesi@utt.fr

RÉSUMÉ

La mesure est le moyen d'accéder aux données scientifiques objectives et de les exploiter. Elle sous-tend tous les domaines scientifiques. L'utilisation de l'ordinateur pour concevoir et commander en technologie et pour exploiter les mesures dans les autres matières peut conduire à un excès de confiance chez les élèves. La compréhension de la notion de variabilité des mesures, de nombre de chiffres significatifs est primordiale dès le collège pour éviter la trop grande confiance qu'ont nos élèves dans tous les chiffres affichés par un afficheur digital, une calculatrice ou un ordinateur. Une norme internationale régit la mesure physique et quelques pistes sont données ici pour s'y conformer, dès le secondaire, mais aussi dans le supérieur. Cette norme permet d'éviter les erreurs trop souvent rencontrées lorsque l'on cherche les incertitudes sur les mesures et leur nombre de chiffres significatifs.

INTRODUCTION

La mesure physique est aussi vieille que l'humanité. Au commencement des civilisations, l'organisation en micro-société a nécessité le partage des tâches et a donc induit l'apparition de l'échange et du commerce. Cette évolution a révélé, même avant l'apparition de la monnaie, la nécessité de mesurer le temps et les quantités (longueurs, surfaces de terrain, poids...). En effet, même lorsque l'on troque, il est important de pouvoir comparer ce que l'on échange. Ainsi est né l'*étalon*, objet fabriqué, qui permet de s'entendre sur une quantité de référence, au moins sur un lieu d'échange. L'histoire de chaque pays a vu l'apparition et l'évolution de diverses unités [1]. À la Révolution française, la volonté de supprimer la spécificité de chaque étalon décrété par le seigneur local (et les impôts y afférent) a conduit à une volonté de « mesure universelle ». En conséquence, le travail du Bureau international des poids et mesures (BIPM) et du Comité international des poids et mesures (CIPM) concerne la normalisation des unités de mesure et la définition des étalons. L'ouvrage [1] donne un éclairage précis sur les unités de mesure à travers le monde et les époques.

La physique, la chimie, la biologie, la technologie sont basées sur la mesure en tant qu'outil pour accéder objectivement aux phénomènes observables. La mesure physique dépasse même le cadre des sciences de l'observation puisqu'elle constitue l'objet de base de tout un pan des mathématiques : la topologie et donc le calcul intégral, différentiel, la géométrie... Bien évidemment, la mesure en mathématique a une définition et des propriétés seulement partiellement compatibles avec celles de la mesure physique [2]. En particulier, la mesure physique est imparfaite, elle ne permet pas d'accéder complètement et de manière certaine à la grandeur mesurée. L'utilisation d'interfaces peut conduire à supprimer la conscience de cette dernière propriété chez les élèves. Notons que même en mathématiques, la mesure de distances à l'aide d'un double décimètre relève du domaine de la mesure physique mais est souvent présentée sans faire intervenir d'incertitude.

De plus, nos élèves utilisent souvent des calculatrices, voire des ordinateurs, pour donner un résultat de mesure. Ces outils donnent une impression de précision à cause du nombre de chiffres affichés. Notre mission d'enseignant est alors de leur montrer que certains chiffres seulement sont significatifs. Il nous faut aussi leur donner les outils pour savoir interpréter correctement les résultats d'une mesure. Nous voici confrontés à la notion d'incertitude de mesure. Des articles de l'UdPPC ont été consacrés notamment à l'analyse statistiques des données de mesure, la notion de mesure et le problème des chiffres significatifs [3], aussi ce sujet ne sera pas développé en détails.

L'objectif est ici de soulever le problème de manière globale, à partir des données actuelles de la mesure physique. Comment introduire le calcul d'incertitude dans l'enseignement secondaire et supérieur ? On parle alors d'**incertitude-type** pour exprimer qu'elle est conforme aux normes en vigueur. Pour cela, nous disposons du « Guide to the Expression of uncertainty in measurement » (ISO, 1993) et surtout d'une note technique du NIST (National institute of standards an technology) datant de 1994, un excellent résumé des procédures, montrant de plus l'internationalité de la norme. On peut trouver ce document sur le site Internet du NIST (1). Un article scientifique récent [4] montre que la diffusion de cette norme tarde encore dans les laboratoires de recherche et encore plus dans nos établissements. Ceci est vrai au niveau international. Pourtant la prise de bonnes habitudes dès le secondaire pourrait éviter à nos élèves de croire à la mesure comme à l'astrologie... Ceci est d'autant plus important que la mesure intervient en physique-chimie, en sciences de la vie et de la terre, en technologie dans la définition du cahier des charges, en mathématiques et même en géographie, en économie...

1. LES DIFFÉRENTES INCERTITUDES, LEUR COMBINAISON

La norme propose de distinguer les incertitudes liées à la statistique conséquence de la répétition des mesures (de **type A**) et celles déterminées indépendamment, à partir de notices, de codes couleur, etc. (de **type B**).

(1) `http://physics.nist.gov/cuu/Uncertainty/bibliography.html`

1.1. Incertitudes-types de type B

En général, l'indication de l'incertitude constructeur Δ n'est pas (encore) conforme aux normes. Pour pouvoir combiner les incertitudes il faut convertir les indications de type B en un équivalent « statistique ». On suppose donc que la statistique qui régit la répartition des mesures suit une loi de probabilité donnée. Si l'on ne dispose pas d'indication contraire, la norme conseille de considérer une distribution de probabilité uniforme. On suppose donc que la probabilité d'obtenir n'importe quelle valeur dans l'intervalle $\left[m-\Delta/2\,;m+\Delta/2\right]$ est la même, m étant la valeur mesurée. L'incertitude type associée est égale à la racine carrée de la variance [5] :

$$u_B(m)=\sqrt{\frac{\left((m+\Delta/2)-(m-\Delta/2)\right)^2}{12}}=\frac{\Delta}{2\sqrt{3}} \qquad (1)$$

Note : Lorsque le constructeur fournit une incertitude en $\pm\Delta$, on obtient : $u_B(m)=\Delta/\sqrt{3}$.

<u>*Exemples*</u>

- On estime l'incertitude de lecture d'un double-décimètre à 0,5 cm : $u_B=0{,}5/\left(2\sqrt{3}\right)\approx 0{,}144...$ cm.
- Une résistance de 100 comporte un anneau de couleur or, sa tolérance est donc ± 5 % (on notera l'erreur dans la référence [6, annexe B]) : $u_B^r=5/\sqrt{3}\approx 2{,}886...$ %, où u_B^r est une incertitude-type relative.

Pour affiner la détermination des incertitudes, on peut être amené à répéter la mesure pour éviter d'utiliser cette donnée constructeur. On obtient alors une incertitude-type de type A. **Il est à noter qu'une étude préalable sur les appareils d'une même classe peut être faite. La mesure d'une même grandeur par tous les appareils fournit alors une incertitude-type de type A, indépendamment des indications constructeurs qui peuvent être rendues obsolètes par le vieillissement de l'appareil**.

Remarques :

- L'incertitude constructeur sur la valeur d'une résistance est garantie si la puissance maximale qu'elle peut dissiper n'est pas atteinte. Lorsque le courant qui la traverse est trop important, sa valeur change au-delà de la tolérance.
- Pédagogiquement, on peut introduire systématiquement le symbole ≈ afin de montrer que la mesure ne conduit pas à une égalité au sens mathématique du terme.

***Note :* L'incertitude-type est toujours inférieure à la valeur constructeur.**

1.2. Incertitudes-types de type A

Ces incertitudes sont obtenues à partir de la statistique de N mesures. Il est nécessaire que les élèves apprennent à se servir des principales fonctions statistiques de leur calculatrice. Les calculatrices de collège comportent les fonctions moyenne ($\bar{x}$) et écart-type sans biais (σ_{n-1}). Il suffit de savoir que si la répartition des mesures est gaussienne (ou normale) ce qui est très souvent le cas mais que l'on peut vérifier, alors la moyenne $\bar{x}$ (estimation de la grandeur mesurée) suit une loi de Student à $N-1$ degrés de liberté [8]. On suppose que l'on ne connaît pas la valeur de la grandeur mesurée, elle sera estimée à partir de la moyenne de l'échantillon des mesures. L'écart-type de cette nouvelle variable aléatoire qu'est la moyenne est l'incertitude-type de type A [5] :

$$u_A = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{N}} \tag{2}$$

Note : **La valeur type est bien inférieure à l'écart-type de l'échantillon. On vérifie que si la taille de l'échantillon augmente, l'incertitude sur la grandeur mesurée diminue (si la mesure est répétable)**.

Remarque : L'avantage offert par la répétition des mesures est la possibilité de définir un intervalle de confiance, c'est-à-dire un intervalle dans lequel on a une probabilité α donnée d'avoir la grandeur mesurée m :

$$I_a = \left[\bar{x} - k \cdot u_A \;\; ; \;\; \bar{x} + k \cdot u_A\right], \tag{3}$$

k étant trouvé dans un tableau de la loi de Student ou « loi t » (*cf.* tab. 18 [2]). P étant la probabilité, m la valeur de la grandeur à mesurer, on cherche :

$$P\left(m \leq \bar{x} + ku_A \quad \text{et} \quad m > \bar{x} - ku_A\right) = \alpha \tag{4}$$

Attention, les tableaux généralement rencontrés dans les livres de statistique sont peu adaptés au calcul direct de k, pour α donné.

- Dans la référence [5], le tableau p. 150 donne : $P(m \leq \bar{x} + ku_A) = \beta$.
- Puisque la loi de Student est symétrique, on déduit $\alpha = 2\beta - 1$. Lorsqu'on veut un seuil $\alpha = 0{,}9$, on doit donc chercher k dans la colonne 0,95 de ce tableau.
- Dans la référence [2], on lit directement α en ligne pour obtenir k.
- Dans la référence [7], les colonnes sont repérées à l'aide de $q = (1-\alpha).100$ (%). Lorsqu'on veut un seuil $\alpha = 0{,}9$, on doit donc chercher k dans la colonne 10.
- Dans la référence [8], les colonnes figurent : $P(m \geq \bar{x} + ku_A) = \beta$.

Puisque la loi de Student est symétrique, on en déduit $\alpha = 1 - 2\beta$. Lorsqu'on veut un seuil $\alpha = 0{,}9$, on doit donc chercher k dans la colonne 0,05 de ce tableau.

Ce type de démarche est évidemment trop compliqué à un niveau secondaire, en effet, le raisonnement précédent porte sur les propriétés de l'intégrale de la densité de probabilité, illustrable par la surface comprise entre la représentation de la densité de probabilité et l'axe des abscisses. On peut cependant disposer d'un logiciel donnant directement l'intervalle (et cela reste du luxe). Un tel logiciel en version bêta est disponible par simple demande en m'envoyant un couriel. Une version Java est en cours de développement.

Exemple : On suppose gaussienne la répartition des valeurs de N ($N = 100$) résistances R autour de la valeur nominale $R_n = 100\,\Omega$. On obtient une valeur moyenne $\overline{R} = 101{,}253\,\Omega$

et un écart-type sans biais $\sigma_{n-1} = 0{,}547\,\Omega$. Deux types de questions peuvent se poser :

- « Dans quel intervalle a-t-on une probabilité donnée de trouver une nouvelle valeur de résistance ? ».
- « Dans quel intervalle a-t-on une probabilité donnée d'avoir la valeur mesurée de R ? ».

Réponses

- On s'intéresse donc à l'échantillon. Si l'on mesure une nouvelle résistance (la 101e), n'appartenant pas à l'échantillon des 100 résistances précédentes, quelle chance a-t-on d'obtenir une valeur de mesure dans un intervalle donné. Il s'agit donc de considérer la distribution gaussienne avec ses deux paramètres estimés, la moyenne et l'écart-type. Un tableau de fonction de répartition de la loi gaussienne peut alors être utilisé. Certains tableurs contiennent cette fonction **erf.** Le tableau p. 168 de [2] permet de trouver le facteur d'élargissement k pour une probabilité donnée. Par exemple, on peut considérer une probabilité de 95 %. Dans ce cas, on doit situer 0,475 dans le tableau et on trouve $k = 1{,}96$. L'intervalle considéré est alors :

$$\left[\overline{R} - 1{,}96 \cdot \sigma_{n-1}\ ;\ \overline{R} + 1{,}96 \cdot \sigma_{n-1}\right] = \left[100{,}1\ ;\ 102{,}3\right] \tag{5}$$

- La question « Quelle est la largeur de l'intervalle dans lequel on a une probabilité donnée d'avoir la valeur mesurée de R ? » fait intervenir l'estimation de la valeur mesurée, c'est-à-dire la valeur moyenne des 100 résistances mesurées. Comme énoncé précédemment, la loi régissant cette valeur moyenne, si l'on considérait d'autres échantillons de résistances du même type, est une loi de Student. Cette loi fait intervenir le degré de liberté de la moyenne $L = N - 1$. Le tableau de la loi de Student p. 174 de [2] fournit alors un facteur d'élargissement environ égal à 1,98. L'intervalle considéré est alors :

$$\left[\overline{R} - 1{,}98 \cdot \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{100}}\ ;\ \overline{R} + 1{,}98 \cdot \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{100}}\right] = \left[101{,}1\ ;\ 101{,}4\right] \tag{6}$$

Remarque : Le facteur d'élargissement est voisin dans les deux cas lorsque le nombre de mesure est assez grand. Par contre, pour un nombre de mesures égal à 10, $k = 2{,}26$, lorsqu'on s'intéresse à la valeur mesurée et il reste égal à 1,96 lorsqu'on s'intéresse à l'échantillon.

1.3. Combinaison des incertitudes

Dans certaines expériences, les incertitudes proviennent de différentes sources. Par exemple, la classe d'un appareil est le reflet d'une incertitude qui peut être liée à la dérive de l'appareil lors de son utilisation répétée. L'incertitude de lecture peut s'y rajouter. Il peut donc être utile de combiner toutes les incertitudes de type B, voire de type A. Elles se combinent en gardant en mémoire que ce sont les variances qui s'ajoutent et non pas les écart-types :

$$u_c(m) = \sqrt{\sum u_A^2(m) + u_B^2(m)} \tag{7}$$

Cette combinaison peut certainement être introduite dans le secondaire, sans justification.

Remarque : Cette loi (Eq. 7) avait été proposée au programme de première S voici une vingtaine d'années et a disparu depuis. La norme conseille alors de donner un intervalle de confiance sans connaître la distribution statistique des mesures, avec un facteur d'élargissement $k = 2$:

$$I = \left[\bar{x} - 2u_c \ ; \ \bar{x} + 2u_c\right] \tag{8}$$

Exemple : La mesure de la tension donne une valeur moyenne égale à 120,56425 V avec un écart type sans biais de 6,25645 V, à partir de dix mesures. Le voltmètre est de classe 1 (calibre 500), l'incertitude de lecture est donc ± 5 V. On en déduit les incertitudes de type A et B :

$$u_A = \begin{cases} u_A(U) = \dfrac{6{,}25645}{\sqrt{10}} \approx 1{,}97846\ \text{V} \\ u_B(U) = \dfrac{0{,}01.500}{\sqrt{3}} = 2{,}8868\ \text{V} \end{cases} \quad \rightarrow \quad u_c = \sqrt{u_A(U)^2 + u_B(U)^2} \approx 3{,}4997\ \text{V} \tag{9}$$

À chaque étape, on indique les unités et on garde un nombre de chiffres significatifs assez important de manière à diminuer les erreurs d'arrondi dans les calculs intermédiaires. Par contre, dans la présentation des résultats, il faudra donner un nombre correct de chiffres significatifs.

Remarque : En général, la répétition des mesures peut permettre de s'affranchir des incertitudes de type B et donc le résultat ne fait intervenir que l'incertitude-type de type A. C'est le cas évoqué dans la section 1.2 (exemple de la résistance).

À retenir

- La combinaison des incertitudes-type se fait en calculant la « racine carrée de la somme des carrés » et non pas la somme des incertitudes-type.
- L'incertitude sur la mesure est donnée par l'écart-type sans biais des valeurs, divisé par la racine carrée du nombre de mesures.

1.4. Cas des mesures indirectes

Une mesure indirecte est l'essai de détermination de la valeur d'une grandeur donnée obtenue à partir de la mesure directe d'autres grandeurs. La calcul fait intervenir les dérivées partielles, mais on pourra donner la formule dans un TP au collège, accompagnée de la phrase inévitable : « vous comprendrez plus tard... ». On peut aussi préparer un TP informatisé comprenant ces fonctions.

Exemples : La mesure indirecte d'une résistance par la mesure directe d'une tension et d'un courant ; la mesure indirecte de l'accélération de la pesanteur g à partir de la mesure d'un temps de chute t et d'une distance z... Dans ce cas, la norme préconise d'appliquer la formulation la plus proche du calcul statistique :

$$R = \frac{U}{I} \Rightarrow u(R) = \sqrt{\left(\frac{1}{I}\right)^2 u^2(U) + \left(-\frac{U}{I^2}\right)^2 u^2(I)} \tag{10}$$

$$g = \frac{2z}{t^2} \Rightarrow u(g) = \sqrt{\left(\frac{2}{t^2}\right)^2 (z) + \left(-\frac{4z}{t^3}\right)^2 u^2(t)} \tag{11}$$

Ces expressions négligent la corrélation éventuelle entre les mesures de la tension et du courant [2]. On retrouve encore la « racine carrée de la somme des carrés ». Cette expression se programme aussi facilement que l'ancien calcul des petites variations, qui majore toujours l'incertitude [2]. De plus, elle se prête très bien à une analyse dimensionnelle.

Note : **Si l'on répète la mesure, un calcul par la méthode de réduction est plus accessible qu'une régression linéaire. Il consiste à calculer la valeur de la résistance pour chaque mesure de U et de I. Puis on calcule la moyenne des résultats et l'écart-type sans biais, dont on déduit l'incertitude-type de type A comme ci-dessus. La référence [7] explique clairement que le résultat est correct si les mesures sont suffisamment précises.**

Avantage : La méthode de réduction évite d'introduire les formules compliquées de l'incertitude sur le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine [2, 7], qui ne sont pas disponibles parmi les fonctions des calculatrices mais le sont chez les tableurs. Notons que l'on pourrait aussi faire une régression linéaire à un paramètre en supposant que la caractéristique passe par l'origine. Notons aussi qu'il serait judicieux de pondérer les mesures par l'inverse du carré de leur incertitude afin de suivre les recommandations de la norme.

Inconvénient de la régression linéaire à un paramètre et de la méthode de régression : il est impossible de corriger une erreur de mesure *a posteriori*, (mauvais réglage du zéro pour le voltmètre...).

2. LE NOMBRE DE CHIFFRES SIGNIFICATIFS : PRÉSENTATION DES RÉSULTATS

La norme nous propose de garder deux chiffres significatifs. Une discussion sur les chiffres significatifs a été faite dans un article du BUP [3]. Reste à utiliser les calculs précédents. Reprenons l'exemple de la mesure de tension au voltmètre. Nous avions trouvé : 120,56425 V et $u_c \approx 3{,}4997$ V. La norme nous propose de donner le résultat accompagné de son incertitude élargie d'un facteur 2, en l'absence de toute étude complémentaire : $u_e = 2 \,.\, u_c = 6{,}9993$ V. Le résultat de la mesure s'écrit alors : « $U = (120{,}5 \pm 6{,}9)$ V, l**e nombre suivant le signe ± étant une incertitude-type élargie d'un facteur 2** ».

Attention : On note que l'incertitude élargie **n'est pas arrondie mais tronquée**. En effet le premier chiffre de cette incertitude donne une incertitude, le deuxième étant encore plus incertain ne mérite pas un arrondi. Il sert uniquement à préciser l'ordre de grandeur de l'incertitude (ici, est-on plus proche de 6 ou de 7 ?). **De même, la valeur numérique de la tension est tronquée. Ceci étant basé sur le fait que l'on a aucune confiance à accorder à un chiffre plus petit que l'incertitude, de deux ordres de grandeur**.

Le facteur 2 d'élargissement est relié aux coefficients de sécurité appliqués notamment dans le domaine du transport et du bâtiment. Il pourra être supérieur dans le domaine médical ou pharmaceutique. De plus, si la distribution des mesures est gaussienne, il permet de définir un intervalle de confiance à 95,45 % pour l'obtention d'une nouvelle valeur de mesure et pour la valeur mesurée **si** le nombre de mesures est suffisamment grand (supérieur à 30 en général), ce qui est rarement possible dans nos classes. Sinon, il faut utiliser les tableaux de la loi de Student, comme on l'a vu précédemment. À ce sujet, utiliser les mesures de toute une classe augmente la dispersion, notamment si la grandeur mesurée est différente pour chaque atelier. De plus, la mesure n'est alors pas faite avec les mêmes appareils pour chaque groupe d'élèves. Il est donc peu réaliste d'utiliser ce genre d'échantillon pour conclure sur la valeur de l'incertitude. Si chaque groupe mesure la même grandeur, on peut espérer un meilleur résultat. En classe, le problème est le temps nécessaire à la répétition de chaque mesure pour pouvoir en faire une statistique fiable. Il est cependant possible, par une rotation de matériel de faire mesurer les mêmes grandeurs aux différents groupes. Dans ce cas, une étude statistique est possible et fournit d'excellents résultats. Il faut bien définir le protocole de manière à satisfaire à la notion de répétabilité des mesures. Les conditions de reproductibilité fournissant une incertitude plus grande en général [2].

3. POUR ALLER PLUS LOIN...

Vérifier si la distribution des mesures est gaussienne est impossible de manière certaine. Un test statistique ne permet que d'obtenir une probabilité d'erreur de première espèce. L'erreur de première espèce est celle que l'on commet en rejetant l'hypothèse de répartition gaussienne des mesures, sachant qu'elle l'est. On est satisfait lorsque cette probabilité est grande. Mais la probabilité d'erreur de seconde espèce augmente lorsque celle de première espèce augmente. L'erreur de seconde espèce consiste à accepter l'hypothèse de répartition gaussienne par erreur, alors qu'elle ne l'est pas.

On obtient la probabilité de première espèce par des tests d'hypothèse. Le test le plus connu, quoiqu'il soit le plus trompeur, est le test du χ^2. Dans les livres de statistiques, on choisit *a priori* un seuil α et on déduit si la répartition statistique étudiée conduit à un rejet ou à l'acceptation de l'hypothèse [8]. Dans le cas d'un faible nombre de mesures, un test de Smirnov-Kolmogorov est plus approprié [2]. La compréhension des tests et leur mise en application est difficile et ne peut être introduite dans le secondaire.

CONCLUSION

Les sciences dépendent de la mesure, qui ne signifie rien sans incertitude. Pour évaluer les incertitudes, un certain nombre de règles simples ont été mises en place grâce au travail conjoint des physiciens, des chimistes, des biologistes et des statisticiens. L'utilisation de l'informatique dans ces différentes disciplines ne doit pas conduire à un amalgame : piloter ou calculer conduit à des résultats dont il est en général difficile de donner la précision en collège. Par contre, mesurer en utilisant une interface pourrait sans doute aider à introduire la notion d'incertitude. La mesure et son incertitude pourraient donner naissance à des activités coordonnées, faisant intervenir les professeurs des différentes disciplines. Il serait très profitable de donner de bonnes habitudes aux élèves, afin qu'ils connaissent les limites de la mesure afin d'améliorer la cohérence verticale des enseignements. Déterminer une grandeur avec une seule décimale ou avec quatre ne met pas en œuvre les mêmes procédés expérimentaux. Idéalement, connaître la notion d'intervalle de confiance permet même d'avoir un esprit critique par rapport aux sondages. Le calcul des incertitudes-types est un premier pas dans cette direction, qui peut même contribuer à l'éducation du citoyen.

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier René MOREAU de l'Union des professeurs de physique et de chimie qui m'a permis de corriger et préciser certains points de cet article, et Alexandre VIAL qui a relu avec attention et ne manque pas de me faire part de ses remarques issues de six semestres d'enseignement de cette norme, à des étudiants tout juste bacheliers.

BIBLIOGRAPHIE

[1] JEDRZEJEWSKI F. *Histoire universelle de la mesure*. Paris : Ellipses, 2002.

[2] BARCHIESI D. *Mesure physique et intrumentation*. Paris : Ellipses, 2003.

[3]
- ♦ NIZOU P.-Y. Interprétation statistique des erreurs de mesure. *Bull. Un. Phys.*, décembre 1985, vol. 80, n° 679, p. 339-353.
- ♦ GIÉ H. et MOREAU R. Le calcul des incertitudes. *Bull. Un. Phys.*, février 1987, vol. 81, n° 691, p. 159-208.
- ♦ PICARD D. Approche des incertitudes et démarche scientifique en seconde à l'aide de l'ordinateur. *Bull. Un. Phys.*, mai 1990, vol. 84, n° 724, p. 669-673.
- ♦ BRÉNASIN J. La signification de la mesure dans une activité expérimentale. *Bull. Un. Phys.*, janvier 1992, vol. 86, n° 740, p. 75-85.
- ♦ GAZAIX S. Évaluation des incertitudes en travaux pratiques (TP) par simulation informatique. *Bull. Un. Phys.*, février 1998, vol. 92, n° 801, p. 255-263.

[4] KIRKUP J. A guide to GUM. *Eur. J. Phys.*, 2002, vol. 23, p. 483-487.

[5] MARCEIL J. *Aide mémoire de probabilités et statistiques*. Paris : Ellipses, 1992.

[6] BARCHIESI D. et BUGNON M. *Comprendre la physique en expérimentant*. Paris : Ellipses, 1997.

[7] RABINOVICH S. G. *Measurement errors and uncertainties*. New York : Springer-Verlag, 2000.

[8] RUEGG A. P*robabilités et statistiques*. Lausanne : Presses polytechniques romandes, 1985.

Dominique BARCHIESI
Professeur des universités
Directeur département Matériaux technologie et économie
Université de technologie de Troyes (Aube)