

CONCOURS GÉNÉRAL DES LYCÉES
SESSION 2021
COMPOSITION DE PHYSIQUE-CHIMIE
PROPOSITION DE CORRECTION

Partie I – Température de surface d'une planète

I.1) Température de surface d'une planète sans atmosphère

1. On prend la formule fournie dans l'énoncé : $P_p = \sigma T_p^4 \mathcal{A}$.

Pour le Soleil, la formule devient : $P_s = \sigma T_s^4 \mathcal{A}_s$.

La surface \mathcal{A}_s correspond à l'aire d'une sphère de rayon R_s , c'est-à-dire : $\mathcal{A}_s = 4\pi R_s^2$.

Au final on obtient : $P_s = 4\pi\sigma T_s^4 R_s^2$.

2. On fournit la formule donnant la puissance solaire reçue par la planète : $P_{rS} = P_s \frac{\pi R_p^2}{4\pi d_{S-p}^2}$.

La surface πR_p^2 correspond à la surface d'un disque de rayon R_p , c'est-à-dire à la surface de la planète visible depuis le Soleil.

La surface $4\pi d_{S-p}^2$ correspond à la surface de la sphère de rayon d_{S-p} , c'est-à-dire la sphère sur laquelle se répartit l'énergie solaire qui est émise par le Soleil dans toutes les directions.

Ainsi le rapport de ces deux surfaces correspond à la fraction de l'énergie solaire qui arrive effectivement sur la planète.

3. Par définition l'albédo de la planète est la proportion du rayonnement reçue qui est réfléchi par la planète.

Ainsi on a : $A = \frac{P_{\text{réfléchi}}}{P_{\text{reçue}}} = \frac{P_{rS} - P_{aS}}{P_{rS}}$.

On a donc : $P_{aS} = P_{rS} - AP_{rS} = P_{rS}(1 - A) = P_s \frac{\pi R_p^2}{4\pi d_{S-p}^2} (1 - A)$.

4. À l'équilibre thermique, la puissance absorbée par la planète est égale à la puissance rayonnée.

On a donc : $P_{\text{absorbée}} = P_{\text{rayonnée}}$.

D'où : $P_{aS} = P_p$. Et donc : $P_s \frac{\pi R_p^2}{4\pi d_{S-p}^2} (1 - A) = P_p$.

En utilisant la loi de Stefan-Boltzmann : $4\pi\sigma T_s^4 R_s^2 \times \frac{\pi R_p^2}{4\pi d_{S-p}^2} (1 - A) = 4\pi\sigma T_p^4 R_p^2$.

En simplifiant : $T_s^4 R_s^2 \times \frac{1}{4d_{S-p}^2} (1 - A) = T_p^4$.

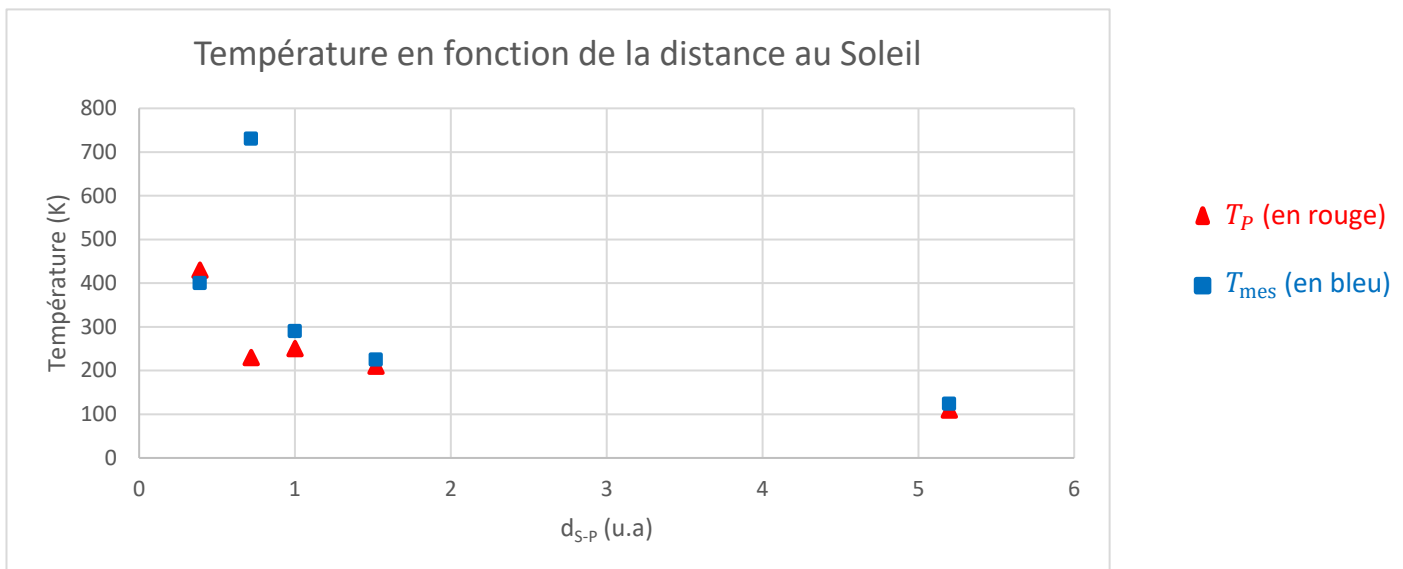
D'où en réarrangeant : $T_p^4 = T_s^4 \frac{(1-A)R_s^2}{4d_{S-p}^2}$.

Enfin en prenant la racine quatrième, on trouve l'expression demandée : $T_p = T_s \left(\frac{(1-A)R_s^2}{4d_{S-p}^2} \right)^{1/4}$.

5. On fait l'application numérique dans le cas de la Terre.

AN. $T_p = 5,78 \cdot 10^3 \times \left(\frac{(1-0,31) \times (6,95 \cdot 10^8)^2}{4 \times (1,00 \times 1,5 \cdot 10^{11})^2} \right)^{1/4} = 2,5 \cdot 10^2 \text{ K.}$

6. On réalise le graphique demandé.



7. Le modèle sans atmosphère fonctionne plutôt bien à l'exception de la planète Vénus pour laquelle l'écart est très important.

On peut tout de même noter un écart de 14% pour la température de la Terre.

I.2) Influence de l'atmosphère sur la température de surface de la Terre

8. À l'équilibre thermique, la **puissance absorbée** par la surface de la Terre est égale à la **puissance rayonnée**.

On a donc : $(1 - A)P_{rS} + P_a = P_T$.

9. À l'équilibre thermique, la **puissance absorbée** par l'atmosphère est égale à la **puissance renvoyée**.

On a donc : $P_{rS} + P_T = (1 - A)P_{rS} + AP_{rS} + 2 P_a$.

10. Dans les deux équations précédentes, on ne connaît pas l'expression de P_a .

On l'isole donc dans la première équation : $P_a = P_T - (1 - A)P_{rS}$.

On injecte cette expression dans la deuxième équation : $P_{rS} + P_T = (1 - A)P_{rS} + AP_{rS} + 2(P_T - (1 - A)P_{rS})$.

On simplifie puis on isole la puissance rayonnée par la Terre : $P_T = 2(1 - A)P_{rS}$.

La puissance solaire reçue est donnée dans l'énoncé : $P_{rS} = P_S \frac{\pi R_T^2}{4\pi d_{S-T}^2}$.

La loi de Stefan-Boltzmann permet d'écrire : $P_T = \sigma T_T^4 \mathcal{A}_T = 4\pi\sigma T_T^4 R_T^2$ et $P_S = \sigma T_S^4 \mathcal{A}_S = 4\pi\sigma T_S^4 R_S^2$.

D'où l'on obtient : $4\pi\sigma T_T^4 R_T^2 = 2(1 - A) \times 4\pi\sigma T_S^4 R_S^2 \times \frac{\pi R_T^2}{4\pi d_{S-T}^2}$.

D'où : $T_T^4 = (1 - A) \times T_S^4 R_S^2 \times \frac{1}{2d_{S-T}^2}$.

Et donc au final : $T_T = T_S \left(\frac{(1-A)R_S^2}{2d_{S-T}^2} \right)^{1/4}$.

On retrouve l'expression donnée dans l'énoncé.

11. On réalise l'application numérique de la température de la surface de la Terre.

AN. $T_T = 5,78 \cdot 10^3 \times \left(\frac{(1-0,31) \times (6,95 \cdot 10^8)^2}{2 \times (1,00 \times 1,5 \cdot 10^{11})^2} \right)^{1/4} = 3,0 \cdot 10^2 \text{ K.}$

La température est plus élevée que celle calculée dans la question 5. Cette température est plus proche de la température réelle sur la Terre.

12. L'effet de l'augmentation de la température de surface de la Terre en raison de la présence de l'atmosphère est appelé l'effet de serre.

Partie II – Formation des nuages

II.1) Formation d'un nuage dans la basse atmosphère

13. On part de la formule fournie dans l'énoncé : $T(z) = T_0 - \lambda z$.

On lit graphiquement un point particulier de la partie linéaire de la température.

On lit pour $z = 10\,000$ m, la température $T = -45\text{ °C} = 228$ K.

On a : $\lambda = \frac{T_0 - T(z)}{z}$. AN. $\lambda = \frac{298 - 228}{10\,000} = 7,0 \cdot 10^{-3} \text{ K}\cdot\text{m}^{-1}$.

14. On part de l'expression fournie : $PV^\gamma = \text{cste}$.

Or on nous dit également que le gaz se comporte comme un gaz parfait, d'où : $PV = nRT$.

Le volume se calcule dont : $V = \frac{nRT}{P}$.

En injectant cette expression dans la première formule, on trouve : $P \cdot \left(\frac{nRT}{P}\right)^\gamma = \text{cste}$.

D'où : $P^{1-\gamma} T^\gamma = \frac{\text{cste}}{nR}$.

En considérant que la quantité de matière contenue dans le petit volume ne varie, on trouve bien l'expression fournie dans l'énoncé : $P(z)^{1-\gamma} T(z)^\gamma = \text{cste}$.

15. L'expression précédente est notamment valable pour $z = 0$, d'où : $P(z)^{1-\gamma} T(z)^\gamma = P_0^{1-\gamma} T_0^\gamma$.

En utilisant l'expression de la température de la question 13 : $P(z)^{1-\gamma} (T_0 - \lambda z)^\gamma = P_0^{1-\gamma} T_0^\gamma$.

Et donc : $P(z) = P_0 \cdot \left(\frac{T_0}{T_0 - \lambda z}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$.

16. La pression partielle en eau est donnée par la formule : $P_{\text{H}_2\text{O}} = n_{\text{H}_2\text{O}} \frac{RT}{V}$. D'où : $P_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{m_{\text{H}_2\text{O}}}{M_{\text{H}_2\text{O}}} \cdot \frac{RT}{V}$.

L'humidité spécifique est définie par : $\Pi = \frac{m_{\text{H}_2\text{O}}}{m_{\text{sec}}}$.

D'où : $P_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{\Pi m_{\text{sec}}}{M_{\text{H}_2\text{O}}} \cdot \frac{RT}{V}$. Puis : $P_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{\Pi n_{\text{sec}} M_{\text{sec}}}{M_{\text{H}_2\text{O}}} \cdot \frac{RT}{V} = \frac{M_{\text{sec}}}{M_{\text{H}_2\text{O}}} \Pi \times \frac{n_{\text{sec}} RT}{V}$.

D'où enfin l'expression demandée : $P_{\text{H}_2\text{O}}(z) = \frac{\Pi n_{\text{sec}} M_{\text{sec}}}{M_{\text{H}_2\text{O}}} \cdot \frac{RT}{V} = \frac{M_{\text{sec}}}{M_{\text{H}_2\text{O}}} \Pi P(z)$.

17. Les termes de la liste z sont calculés par la formule $500 + i \times 100$ avec $i \in \llbracket 0 ; 20 \rrbracket$.

Le premier terme est : $z[0] = 500 + 0 \times 100 = 500$.

Le pas en altitude est : 100.

Le dernier terme est : $z[20] = 500 + 20 \times 100 = 2500$.

La liste z est constituée de 21 termes.

18. Le calcul de la liste T dans le programme Python se fait à partir de l'expression : $T(z) = T_0 - \lambda z$.

Il faut donc compléter le programme avec le calcul : « `T.append(298-7e-3*z[i])` ».

19. Le nuage se forme lorsque l'eau contenu dans l'air se liquéfie, ce qui donne : $P_{H_2O} = P_{sat}$.

On lit graphiquement le croisement entre les deux courbes : $T_{nuage} = 285 \text{ K}$.

On reprend l'expression de la température en fonction de l'altitude : $T_{nuage} = T_0 - \lambda z_{nuage}$.

$$\text{D'où : } z_{nuage} = \frac{T_0 - T_{nuage}}{\lambda}. \quad \text{AN. } z_{nuage} = \frac{298 - 285}{7,0 \cdot 10^{-3}} = 1,9 \cdot 10^3 \text{ m} = 1,9 \text{ km}.$$

En se reportant aux différents types de nuages fournis dans les données, on en déduit que l'on est en présence d'un stratocumulus.

20. D'après les données la loi affine de la température n'est valable que pour la troposphère, qui correspond à la partie où se forment les nuages, ce n'est donc pas la loi affine qui limite le modèle.

Le modèle n'est pas adapté dans la haute atmosphère car la température trop basse fait intervenir de l'eau solide au lieu de l'eau liquide. Ainsi les nuages de hautes altitudes sont constitués d'eau solide et la loi des gaz parfaits n'est plus valide.

II.2) Chute d'une goutte d'eau

21. Le nombre de Reynolds est donné par l'expression : $Re = \frac{2R\rho_{air}\|\vec{v}\|}{\eta}$.

Comme le nombre de Reynolds est sans dimension, le numérateur et le dénominateur ont la même dimension.

$$\text{D'où : } [\eta] = [R][\rho][v] = L \cdot M \cdot L^{-3} \cdot L \cdot T^{-1} = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}.$$

D'où l'unité de la viscosité dynamique : $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$.

22. On a : $Re < 1$, d'où : $C_D(Re) = \frac{24}{Re} = \frac{12\eta}{R\rho_{air}\|\vec{v}\|}$.

$$\text{D'où : } \vec{F}_t = -\frac{1}{2}C_D(Re)\rho_{air}\pi R^2\|\vec{v}\|\vec{v} = -\frac{1}{2}\frac{12\eta}{R\rho_{air}\|\vec{v}\|}\rho_{air}\pi R^2\|\vec{v}\|\vec{v} = -6\eta\pi R\vec{v}.$$

Le principe fondamental de la dynamique appliqué à la goutte d'eau s'écrit : $m\vec{a} = \sum \vec{F} = \vec{P} + \vec{F}_t$.

$$\text{D'où : } m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - 6\eta\pi R\vec{v}.$$

$$\text{D'où : } \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{6\eta\pi R\vec{v}}{m} = \vec{g}.$$

On retrouve bien l'équation différentielle donnée selon z : $\frac{dv_z}{dt} + \frac{v_z}{\tau} = g$ avec $\tau = \frac{m}{6\eta\pi R}$.

$$\text{En remplaçant la masse de la goutte d'eau : } \tau = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3\rho_{eau}}{6\eta\pi R} = \frac{2R^2\rho_{eau}}{9\eta}.$$

23. En régime permanent la vitesse ne dépend pas du temps : $v_z = v_{lim,1} = \text{cste}$. Et donc : $\frac{dv_{lim,1}}{dt} = 0$.

$$\text{D'où : } \frac{v_{lim,1}}{\tau} = g.$$

$$\text{Et donc : } v_{lim,1} = \frac{2R^2\rho_{eau}g}{9\eta}.$$

$$\text{AN. } v_{lim,1} = \frac{2 \times (0,075 \cdot 10^{-3})^2 \times 1,0 \cdot 10^3 \times 9,81}{9 \times 1,8 \cdot 10^{-5}} = 0,68 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

24. Le nombre de Reynolds est : $Re = \frac{2R\rho_{\text{air}}v_{\text{lim},1}}{\eta}$.

AN. $Re = \frac{2 \times 0,075 \cdot 10^{-3} \times 1,0 \times 0,68}{1,8 \cdot 10^{-5}} = 5,7$.

On trouve un nombre de Reynolds supérieur à 1, l'hypothèse $Re < 1$ n'est donc pas valide.

25. On a maintenant : $1 < Re < 5$, d'où : $C_D(Re) = \frac{24}{Re} + \frac{9}{2} = \frac{12\eta}{R\rho_{\text{air}}\|\vec{v}\|} + \frac{9}{2}$.

D'où : $\vec{F}_t = -\frac{1}{2}C_D(Re)\rho_{\text{air}}\pi R^2\|\vec{v}\|\vec{v} = -\frac{1}{2}\left(\frac{12\eta}{R\rho_{\text{air}}\|\vec{v}\|} + \frac{9}{2}\right)\rho_{\text{air}}\pi R^2\|\vec{v}\|\vec{v} = -6\eta\pi R\vec{v} - \frac{9\rho_{\text{air}}\pi R^2\|\vec{v}\|\vec{v}}{4}$.

Le principe fondamental de la dynamique s'écrit alors : $m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - 6\eta\pi R\vec{v} - \frac{9\rho_{\text{air}}\pi R^2\|\vec{v}\|\vec{v}}{4}$.

L'équation selon z s'écrit : $m\frac{dv_z}{dt} = mg - 6\eta\pi Rv_z - \frac{9\rho_{\text{air}}\pi R^2v_z^2}{4}$.

D'où en régime stationnaire avec $v_z = v_{\text{lim},2} = \text{cste}$: $0 = mg - 6\eta\pi Rv_{\text{lim},2} - \frac{9\rho_{\text{air}}\pi R^2v_{\text{lim},2}^2}{4}$.

En remplaçant l'expression de la masse : $\frac{4}{3}\pi R^3\rho_{\text{eau}}g - 6\eta\pi Rv_{\text{lim},2} - \frac{9\rho_{\text{air}}\pi R^2v_{\text{lim},2}^2}{4} = 0$.

En réarrangeant : $\frac{9\rho_{\text{air}}\pi R^2}{4 \times 6\eta\pi R}v_{\text{lim},2}^2 + v_{\text{lim},2} - \frac{4\pi R^3\rho_{\text{eau}}g}{3 \times 6\eta\pi R} = 0$.

D'où finalement l'expression demandée : $\frac{3\rho_{\text{air}}R}{8\eta}v_{\text{lim},2}^2 + v_{\text{lim},2} - \frac{2R^2\rho_{\text{eau}}g}{9\eta} = 0$.

26. On calcule le discriminant du polynôme : $\Delta = 1^2 - 4 \times \frac{3\rho_{\text{air}}R}{8\eta} \times \left(-\frac{2R^2\rho_{\text{eau}}g}{9\eta}\right) = 1 + \frac{R^3\rho_{\text{air}}\rho_{\text{eau}}g}{3\eta^2}$.

AN. $\Delta = 1 + \frac{(0,075 \cdot 10^{-3})^3 \times 1,0 \times 1,0 \cdot 10^3 \times 9,81}{3 \times (1,8 \cdot 10^{-5})^2} = 5,3 > 0$.

Les deux racines sont donc : $v_{\text{lim},2} = \frac{-1 \pm \sqrt{\Delta}}{2 \times \frac{3\rho_{\text{air}}R}{8\eta}}$.

AN. $v_{\text{lim},2} = \frac{-1 + \sqrt{5,3}}{2 \times \frac{3 \times 1,0 \times 0,075 \cdot 10^{-3}}{8 \times 1,8 \cdot 10^{-5}}} = 0,42 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $v_{\text{lim},2} = \frac{-1 - \sqrt{5,3}}{2 \times \frac{3 \times 1,0 \times 0,075 \cdot 10^{-3}}{8 \times 1,8 \cdot 10^{-5}}} = -1,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

La vitesse est obligatoirement positive puisque la goutte chute dans le même sens que l'axe z .

D'où : $v_{\text{lim},2} = 0,42 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

On peut alors calculer le nombre de Reynolds : $Re = \frac{2R\rho_{\text{air}}v_{\text{lim},2}}{\eta}$.

AN. $Re = \frac{2 \times 0,075 \cdot 10^{-3} \times 1,0 \times 0,42}{1,8 \cdot 10^{-5}} = 3,5$.

On trouve un nombre de Reynolds bien compris entre $1 < Re < 5$. L'hypothèse est donc validée.

27. La goutte parcourt en tout la hauteur $h = 1000 \text{ m}$.

Or le régime transitoire dure $\Delta t_{\text{transitoire}} = 2,0 \text{ s}$ avec une vitesse inférieure à la vitesse limite $v_{\text{lim},2}$.

On a donc : $h_{\text{transitoire}} < v_{\text{lim},2} \Delta t_{\text{transitoire}}$.

AN. $h_{\text{transitoire}} < 0,42 \times 2,0 = 0,84 \text{ m} \ll h$.

On confirme bien que la distance parcourue durant le régime transitoire est négligeable devant le régime permanent.

Ainsi on peut considérer que la chute de la goutte se fait de la même manière que si la goutte avait une vitesse uniforme de valeur $v_{\text{lim},2}$.

28. La durée de la chute se calcule : $\Delta t_{\text{chute}} = \frac{h}{v_{\text{lim},2}}$.

AN. $\Delta t_{\text{chute}} = \frac{1000}{0,42} = 2,3 \cdot 10^3 \text{ s} = 40 \text{ min.}$

29. Une chute de 40 minutes paraît trop longue par rapport à la réalité.

On peut concevoir qu'au cours de la chute, et de l'augmentation de la vitesse, la goutte d'eau va se déformer et prendre une forme plus aérodynamique. Cela va augmenter la vitesse de chute et donc diminuer la durée de la chute.

30. On souhaite montrer que la poussée d'Archimède est négligeable devant le poids de la goutte d'eau.

Le poids de la goutte d'eau est : $P = mg = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{\text{eau}} g$.

AN. $P = \frac{4}{3}\pi \times (0,075 \cdot 10^{-3})^3 \times 1,0 \cdot 10^3 \times 9,81 = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ N.}$

La poussée d'Archimède est : $\Pi_A = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{\text{air}} g$.

AN. $\Pi_A = \frac{4}{3}\pi \times (0,075 \cdot 10^{-3})^3 \times 1,0 \times 9,81 = 1,7 \cdot 10^{-11} \text{ N.}$

On trouve bien que $\Pi_A \ll P$, la poussée d'Archimède est donc bien négligeable dans la situation étudiée.

II.3) Résolution de problème : orage et coup de foudre

31. On souhaite déterminer l'intensité moyenne circulant lors du coup de foudre : $I = \frac{Q}{\Delta t}$.

La charge stockée par un condensateur est donnée par la formule : $Q = CU$.

En utilisant l'expression de la capacité fournie dans l'énoncé : $Q = \frac{\epsilon_0 AU}{d}$.

Et enfin : $I = \frac{\epsilon_0 AU}{d \Delta t}$.

Sur l'illustration des différents types de nuages, en considérant qu'il est à l'échelle, on détermine que la largeur d'un cumulonimbus est d'environ 5 km. En considérant une base carrée, on obtient : $A = 25 \text{ km}^2 = 25 \cdot 10^6 \text{ m}^2$.

L'altitude d'un cumulonimbus est fournie dans l'énoncé : $d = 1 \text{ km} = 1 \cdot 10^3 \text{ m}$.

On peut alors effectuer l'application numérique de l'intensité.

AN. $I = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \times 25 \cdot 10^6 \times 20 \cdot 10^6}{1 \cdot 10^3 \times 500 \cdot 10^{-6}} = 9 \cdot 10^3 \text{ A} = 9 \text{ kA.}$

On peut en déduire l'énergie transportée par la foudre : $E = \mathcal{P} \Delta t = UI \Delta t$.

AN. $E = 20 \cdot 10^6 \times 9 \cdot 10^3 \times 500 \cdot 10^{-6} = 9 \cdot 10^7 \text{ J.}$

Une éolienne standard a une puissance d'environ 1 MW.

Pour produire l'énergie calculée pour le coup de foudre il faut donc une production de l'ordre d'une à deux minutes.

On peut donc en conclure qu'un dispositif de récupération de l'énergie d'un coup de foudre a peu de chance d'être rentable.

Partie III – Chimie des nuages et acidité des eaux de pluie

III.1) Formation du radical hydroxyde dans l'atmosphère

32. Le schéma de Lewis du radical HO[•] est :

Cette espèce a une très grande réactivité car il lui manque un électron pour vérifier la règle de l'octet, elle va donc réagir très facilement pour récupérer l'électron manquant.

33. L'absorption d'un photon par une molécule d'ozone provoque la rupture d'une des liaisons de l'ozone engendrant une molécule de dioxygène et un radical oxygène.

34. L'énergie molaire de la liaison covalente dans l'ozone est : $\varepsilon_{m, cov} = 390 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$.

On peut en déduire l'énergie de la liaison : $\varepsilon_{cov} = \frac{\varepsilon_{m, cov}}{N_A}$.

La relation de Planck-Einstein s'écrit : $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$.

Il faut que le photon possède plus d'énergie que la liaison pour arriver à la rompre.

Il faut donc : $E > \varepsilon_{cov}$.

Ce qui donne : $\frac{hc}{\lambda} > \frac{\varepsilon_{m, cov}}{N_A}$.

Et donc : $\lambda < \frac{hcN_A}{\varepsilon_{m, cov}}$.

AN. $\lambda < \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \times 3,00 \cdot 10^8 \times 6,02 \cdot 10^{23}}{390 \cdot 10^3} = 3,07 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 307 \text{ nm}$.

On est légèrement en dessous de la limite inférieure du visible, on est donc dans le domaine des ultraviolets.

35. On note que l'on a un pic de concentration tous les jours à midi, qui correspond au moment où les radiations ultraviolettes arrivent le plus car ayant moins d'atmosphère à traverser.

On note également que l'on a un plateau autour de 0 la nuit car il n'y a pas de radiation lumineuse à ce moment.

36. Graphiquement on peut estimer une concentration moyenne autour de $7 \cdot 10^6$ molécules/cm³.

On rappelle qu'il y a N_A molécules par mole et que $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL} = 10^{-3} \text{ L}$.

On peut alors convertir : $[\text{HO}^\bullet] = \frac{7 \cdot 10^6}{6,02 \cdot 10^{23} \times 10^{-3}} = 1 \cdot 10^{-14} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

III.2) Cinétique de formation d'acide nitrique atmosphérique en journée

37. L'espèce M est une impureté qui n'est pas consommée par la réaction, c'est donc probablement un catalyseur permettant d'accélérer la réaction.

38. Par définition, la vitesse volumique de disparition est : $v = -\frac{d[\text{NO}_2^\bullet(\text{g})](t)}{dt}$.

39. On nous fournit la loi de vitesse : $v(t) = k[\text{HO}_{(g)}^\bullet](t) [\text{NO}_{2(g)}^\bullet](t)$.

La vitesse volumique est : $v(t) = -\frac{d[\text{NO}_{2(g)}^\bullet](t)}{dt}$.

La concentration en radical hydroxyde est constante : $[\text{HO}_{(g)}^\bullet](t) = [\text{HO}_{(g)}^\bullet] = 1 \cdot 10^{-14} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

On a donc : $\frac{d[\text{NO}_{2(g)}^\bullet](t)}{dt} + k[\text{HO}_{(g)}^\bullet] \cdot [\text{NO}_{2(g)}^\bullet](t) = 0$.

On est donc en présence d'une équation différentielle linéaire d'ordre 1, dont on connaît la solution.

On a donc : $[\text{NO}_{2(g)}^\bullet](t) = [\text{NO}_{2(g)}^\bullet]_0 \cdot \exp(-k[\text{HO}_{(g)}^\bullet]t)$.

Remarque : le sujet utilise la loi de vitesse $v(t) = k[\text{HO}_{(g)}^\bullet](t) [\text{NO}_{2(g)}^\bullet](t)$ en la qualifiant d'ordre 1, mais une telle loi de vitesse est bien d'ordre 2. Le sujet considère que la concentration $[\text{HO}_{(g)}^\bullet]$ est constante de manière à pouvoir écrire la loi de vitesse comme : $v(t) = k' [\text{NO}_{2(g)}^\bullet](t)$ avec $k' = k[\text{HO}_{(g)}^\bullet]$.

Cette méthode est appelée la dégénérescence d'ordre.

40. Le temps de demi-réaction est le temps nécessaire pour que la moitié du réactif soit consommé.

On a donc : $[\text{NO}_{2(g)}^\bullet](\tau_{1/2}) = \frac{[\text{NO}_{2(g)}^\bullet]_0}{2}$.

Ce qui nécessite : $\exp(-k[\text{HO}_{(g)}^\bullet]\tau_{1/2}) = \frac{1}{2}$.

Et donc : $\tau_{1/2} = \frac{\ln 2}{k[\text{HO}_{(g)}^\bullet]}$.

AN. $\tau_{1/2} = \frac{\ln 2}{3,8 \cdot 10^{11} \times 1 \cdot 10^{-14}} = 1,8 \cdot 10^2 \text{ min} = 3,0 \text{ h}$.

41. On calcule le pourcentage de molécules de $\text{NO}_{2(g)}^\bullet$ transformée comme le rapport entre le nombre de molécules de $\text{NO}_{2(g)}^\bullet$ ayant réagi sur le nombre de molécules initialement présentes à 12:00.

On a donc : $p_{\text{NO}_{2(g)}^\bullet}(t) = \frac{[\text{NO}_{2(g)}^\bullet]_0 - [\text{NO}_{2(g)}^\bullet](t)}{[\text{NO}_{2(g)}^\bullet]_0} = 1 - \frac{[\text{NO}_{2(g)}^\bullet](t)}{[\text{NO}_{2(g)}^\bullet]_0} = 1 - \exp(-k[\text{HO}_{(g)}^\bullet]t)$.

On détermine le taux de transformation comme la vitesse d'évolution du pourcentage, c'est-à-dire qu'il se calcule à partir de la dérivée du pourcentage.

On a donc : $\tau_{\text{NO}_{2(g)}^\bullet}(t) = \frac{dp_{\text{NO}_{2(g)}^\bullet}}{dt} = +k[\text{HO}_{(g)}^\bullet] \exp(-k[\text{HO}_{(g)}^\bullet]t)$.

On considère que l'instant initial est à 12:00, et on calcule le taux de transformation à cet instant.

AN. $\tau_{\text{NO}_{2(g)}^\bullet}(0) = +3,8 \cdot 10^{11} \times 1 \cdot 10^{-14} \times \exp(-3,8 \cdot 10^{11} \times 1 \cdot 10^{-14} \times 0) = 3,8 \cdot 10^{-3} \text{ min}^{-1}$

Ce qui donne donc $\tau_{\text{NO}_{2(g)}^\bullet}(0) = 0,38 \% \cdot \text{min}^{-1} = 23 \% \cdot \text{h}^{-1}$.

Dans le sujet on nous indique que le taux moyen sur une journée est de quelques pourcents par heure. Le résultat obtenu est supérieur à cette valeur, ce qui est logique puisqu'on peut lire sur le document 2, à 12:00, que la concentration en $\text{HO}_{(g)}^\bullet$ est maximale, et il y a donc également un taux maximal.

Remarque : il est également possible de retrouver le même ordre de grandeur en passant par le temps de demi-réaction $\tau_{1/2} = 3,0$ h.

Le temps de demi-réaction correspond à un pourcentage de molécules ayant réagi de 50%.

On a trouvé donc un taux de transformation moyen entre 12:00 et 15:00 de $\tau_{\text{NO}_2(\text{g})} = \frac{50\%}{3,0} = 17\%$.

Ce n'est cependant pas ce qui est demandé de faire car le sujet demande le taux à 12:00, c'est-à-dire un taux instantané et non pas un taux moyen.

III.3) Titrage d'une eau de pluie acide

42. On réalise un protocole de dissolution.

On détermine la masse à prélever pour un volume V_{soude} : $m_{\text{soude}} = n_{\text{soude}} M_{\text{soude}} = c_{\text{soude}} V_{\text{soude}} \cdot (M_{\text{H}} + M_{\text{O}} + M_{\text{Na}})$.

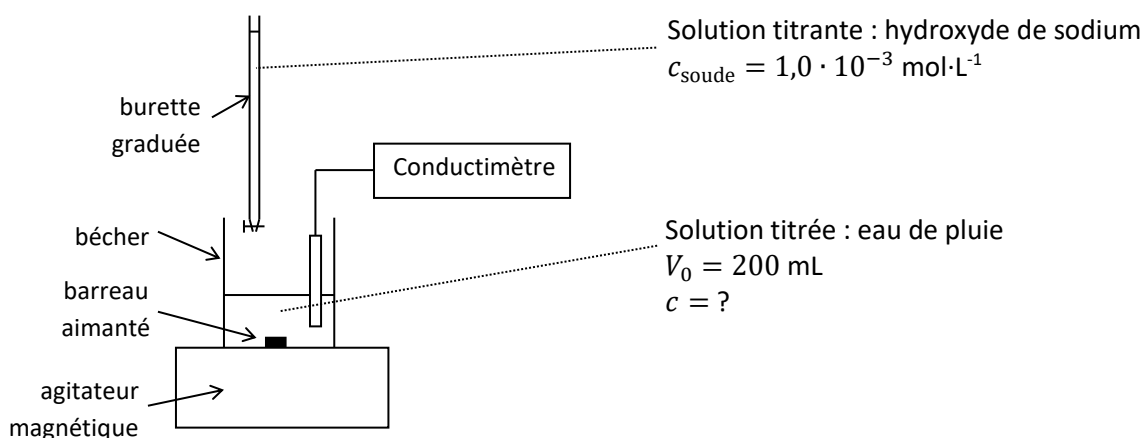
On choisit $V_{\text{soude}} = 100$ mL. AN. $m_{\text{soude}} = 1,0 \cdot 10^{-3} \times 100 \cdot 10^{-3} \times (1 + 16 + 23) = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ g} = 4,0 \text{ mg}$.

On réalise le protocole suivant.

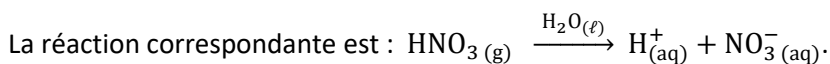
- Mesurer la masse 4,0 mg que l'on souhaite dissoudre à l'aide d'une balance.
- Mettre le solide pesé dans une fiole jaugée de 100 mL.
- Rincer la coupelle de pesée pour récupérer tout le solide avec de l'eau distillée.
- Remplir la fiole jaugée aux deux tiers avec de l'eau distillée.
- Mélanger jusqu'à dissolution complète du solide.
- Compléter la fiole jaugée à l'eau distillée jusqu'au trait de jauge.

43. La concentration de la solution titrante doit être connue avec précision pour que le titrage soit précis. Ainsi il est toujours utile de titrer la solution de soude avant de l'utiliser pour être certain qu'elle soit bien conforme.

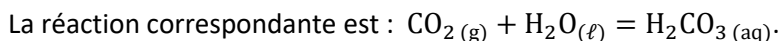
44. On réalise le schéma du montage expérimental du titrage de l'eau de pluie.



45. L'acide nitrique est un acide fort, sa réaction de dissolution dans l'eau est donc totale.



L'acide carbonique est un acide faible, sa réaction est donc limitée.

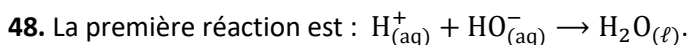
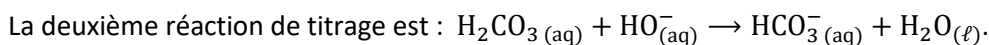
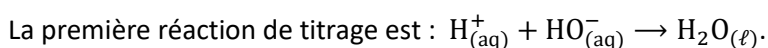


46. L'acide nitrique étant un acide fort, l'acide présent en solution est donc $\text{H}^+_{(\text{aq})}$.

Le $\text{p}K_a$ de l'acide carbonique est de 6,4 et le pH de l'eau de pluie au début du titrage est de 4,1.

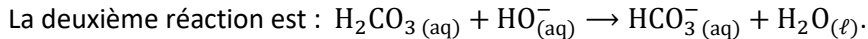
On a $\text{pH} < \text{p}K_a$, ainsi c'est la forme acide du couple qui est prédominante, c'est-à-dire $\text{H}_2\text{CO}_3(\text{aq})$.

47. Les réactions de titrage sont les réactions entre les acides présents et l'hydroxyde apporté par la solution titrante.



$$\text{La constante d'équilibre est : } K = \frac{1}{[\text{H}^+_{(\text{aq})}] \cdot [\text{HO}^-_{(\text{aq})}]} = \frac{1}{K_e} = 10^{+14} \gg 1.$$

La constante d'équilibre est très grande devant 1, la réaction peut donc être considérée comme totale.



$$\text{La constante d'équilibre est : } K = \frac{[\text{HCO}_3^-_{(\text{aq})}]}{[\text{H}_2\text{CO}_3(\text{aq})] \cdot [\text{HO}^-_{(\text{aq})}]} = \frac{[\text{HCO}_3^-_{(\text{aq})}] \cdot [\text{H}^+_{(\text{aq})}]}{[\text{H}_2\text{CO}_3(\text{aq})] \cdot [\text{HO}^-_{(\text{aq})}] \cdot [\text{H}^+_{(\text{aq})}]} = \frac{K_a}{K_e} = 10^{-6,4+14} = 10^{7,6} \gg 1.$$

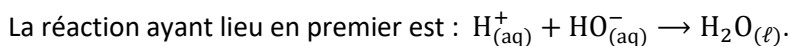
La constante d'équilibre est très grande devant 1, la réaction peut donc être considérée comme totale.

49. La loi de Kohlrausch s'écrit : $\sigma = \sum_i |z_i| \lambda_i^0 C_i$.

Dans l'eau de pluie on a les ions $\text{H}^+_{(\text{aq})}$ et $\text{NO}_3^-_{(\text{aq})}$ qui proviennent de l'acide nitrique.

L'acide carbonique n'apporte pas d'ion.

La solution titrante apporte les ions $\text{HO}^-_{(\text{aq})}$ et $\text{Na}^+_{(\text{aq})}$.



Ainsi les ions $\text{HO}^-_{(\text{aq})}$ sont immédiatement consommés.

$$\text{La loi de Kohlrausch s'écrit donc : } \sigma = +\lambda^0(\text{H}^+_{(\text{aq})})C(\text{H}^+_{(\text{aq})}) - \lambda^0(\text{NO}_3^-_{(\text{aq})})C(\text{NO}_3^-_{(\text{aq})}) + \lambda^0(\text{Na}^+_{(\text{aq})})C(\text{Na}^+_{(\text{aq})}).$$

À chaque ion $\text{H}^+_{(\text{aq})}$ consommé, un ion $\text{Na}^+_{(\text{aq})}$ est apporté par la solution titrante.

$$\text{Or on note que } \lambda^0(\text{H}^+_{(\text{aq})}) = 35,0 \text{ mS}\cdot\text{m}^2\cdot\text{mol}^{-1} \text{ et } \lambda^0(\text{Na}^+_{(\text{aq})}) = 5,00 \text{ mS}\cdot\text{m}^2\cdot\text{mol}^{-1}.$$

Ainsi, comme on a $\lambda^0(\text{Na}^+_{(\text{aq})}) - \lambda^0(\text{H}^+_{(\text{aq})}) = -30,0 \text{ mS}\cdot\text{m}^2\cdot\text{mol}^{-1}$, on en déduit que la pente de $-30,0 \text{ mS}\cdot\text{m}^{-1}$ ce qui se lit bien sur la première partie du graphique de la figure 9.

La réaction ayant lieu en deuxième est : $\text{H}_2\text{CO}_3(\text{aq}) + \text{HO}^-_{(\text{aq})} \rightarrow \text{HCO}_3^-_{(\text{aq})} + \text{H}_2\text{O}(\ell)$.

Tous les ions $\text{H}^+_{(\text{aq})}$ ont déjà été consommés.

Ainsi les ions $\text{HO}^-_{(\text{aq})}$ sont immédiatement consommés.

La loi de Kohlrausch s'écrit désormais :

$$\sigma = +\lambda^0(\text{HCO}_3^-_{(\text{aq})})C(\text{HCO}_3^-_{(\text{aq})}) - \lambda^0(\text{NO}_3^-_{(\text{aq})})C(\text{NO}_3^-_{(\text{aq})}) + \lambda^0(\text{Na}^+_{(\text{aq})})C(\text{Na}^+_{(\text{aq})}).$$

À chaque ion $\text{HO}^-_{(\text{aq})}$ consommé, un ion $\text{HCO}_3^-_{(\text{aq})}$ est produit par la réaction et un ion $\text{Na}^+_{(\text{aq})}$ est apporté par la solution titrante.

Or on note que $\lambda^0(\text{HCO}_3^-_{(\text{aq})}) = 4,45 \text{ mS}\cdot\text{m}^2\cdot\text{mol}^{-1}$ et $\lambda^0(\text{Na}^+_{(\text{aq})}) = 5,00 \text{ mS}\cdot\text{m}^2\cdot\text{mol}^{-1}$.

Ainsi, comme on a $\lambda^0(\text{HCO}_3^-_{(\text{aq})}) + \lambda^0(\text{Na}^+_{(\text{aq})}) = +9,45 \text{ mS}\cdot\text{m}^2\cdot\text{mol}^{-1}$, on en déduit que la pente de $+9,45 \text{ mS}\cdot\text{m}^{-1}$ ce qui se lit bien sur la deuxième partie du graphique de la figure 9.

Pour la troisième partie du graphique, on ajoute la solution titrante sans qu'il n'y ait de réaction.

$$\text{La loi de Kohlrausch s'écrit : } \sigma = +\lambda^0(\text{HO}^-_{(\text{aq})})C(\text{HO}^-_{(\text{aq})}) - \lambda^0(\text{NO}_3^-_{(\text{aq})})C(\text{NO}_3^-_{(\text{aq})}) + \lambda^0(\text{Na}^+_{(\text{aq})})C(\text{Na}^+_{(\text{aq})}).$$

Ainsi on ne fait qu'ajouter des ions $\text{HO}^-_{(\text{aq})}$ et des ions $\text{Na}^+_{(\text{aq})}$.

Or on note que $\lambda^0(\text{HO}^-_{(\text{aq})}) = 19,8 \text{ mS}\cdot\text{m}^2\cdot\text{mol}^{-1}$ et $\lambda^0(\text{Na}^+_{(\text{aq})}) = 5,00 \text{ mS}\cdot\text{m}^2\cdot\text{mol}^{-1}$.

Ainsi, comme on a $\lambda^0(\text{HO}^-_{(\text{aq})}) + \lambda^0(\text{Na}^+_{(\text{aq})}) = +24,8 \text{ mS}\cdot\text{m}^2\cdot\text{mol}^{-1}$, on en déduit que la pente de $+24,8 \text{ mS}\cdot\text{m}^{-1}$ ce qui se lit bien sur la troisième partie du graphique de la figure 9.

50. On détermine les volumes équivalents en lisant les abscisses des intersections entre les portions de droite correspondant à chacune des trois parties du graphique.

Le volume V_{eq1} se lit à l'intersection des deux premières portions de droite : $V_{\text{eq1}} = 16,0 \text{ mL}$.

Le volume V_{eq2} se lit à l'intersection des deux dernières portions de droite : $V_{\text{eq2}} = 18,3 \text{ mL}$.

51. Pour l'acide nitrique, la formule du titrage permet d'écrire : $n(\text{H}^+_{(\text{aq})})_i = n(\text{HO}^-_{(\text{aq})})_{\text{eq1}}$.

$$\text{D'où : } C(\text{H}^+_{(\text{aq})}) = \frac{c_{\text{soude}}V_{\text{eq1}}}{V_0}. \quad \text{AN. } C(\text{H}^+_{(\text{aq})}) = \frac{1,0\cdot 10^{-3} \times 16,0\cdot 10^{-3}}{200\cdot 10^{-3}} = 8,5 \cdot 10^{-5} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}.$$

Pour l'acide carbonique, la formule du titrage permet d'écrire : $n(\text{H}_2\text{CO}_3(\text{aq}))_i = n(\text{HO}^-_{(\text{aq})})_{\text{eq2}}$.

$$\text{D'où : } C(\text{H}_2\text{CO}_3(\text{aq})) = \frac{c_{\text{soude}}(V_{\text{eq2}} - V_{\text{eq1}})}{V_0}. \quad \text{AN. } C(\text{H}^+_{(\text{aq})}) = \frac{1,0\cdot 10^{-3} \times (18,3\cdot 10^{-3} - 16,0\cdot 10^{-3})}{200\cdot 10^{-3}} = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}.$$

52. On a $C(\text{H}^+_{(\text{aq})}) = 8,5 \cdot 10^{-5} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1} > 4,8 \cdot 10^{-6} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

Ainsi l'eau de pluie testée est plus polluée que la moyenne.

Partie IV – Effet des nuages sur le rayonnement infrarouge terrestre

IV.1) Observation satellitaire de la couverture nuageuse

53. La troisième loi de Kepler appliquée au satellite en orbite autour de la Terre est : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$.

La période de l'orbite est donnée dans l'énoncé : $T = 99$ min.

On isole le rayon de l'orbite dans la troisième loi de Kepler : $r = \sqrt[3]{\frac{GM_T T^2}{4\pi^2}}$.

$$\text{AN. } r = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \times 5,97 \cdot 10^{24} \times (99 \times 60)^2}{4\pi^2}} = 7,1 \cdot 10^6 \text{ m} = 7,1 \cdot 10^3 \text{ km.}$$

L'altitude est donc : $h = r - R_T$. AN. $h = 7,1 \cdot 10^3 - 6,37 \cdot 10^3 = 0,7 \cdot 10^3$ km.

54. L'orbite étant circulaire, la deuxième loi de Kepler permet d'affirmer que la vitesse est constante.

On peut donc calculer la vitesse moyenne : $v = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{T}$. AN. $v = \frac{2\pi \times 7,1 \cdot 10^3}{99 \times 60} = 7,5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

55. La durée T_r est le temps nécessaire pour que l'impulsion lumineuse fasse l'aller-retour entre le satellite et le nuage.

On a : $2d = T_r c$. Et donc : $d = \frac{T_r c}{2}$.

56. Pour avoir une détection sans ambiguïté il faut : $T_r < T_e$.

On a donc : $d < \frac{T_e c}{2}$.

Et donc : $d_{\max} = \frac{T_e c}{2} = \frac{c}{2f_e}$. AN. $d_{\max} = \frac{3,00 \cdot 10^8}{2 \times 20,16} = 7,44 \cdot 10^6 \text{ m} = 7,44 \cdot 10^3 \text{ km}$.

On trouve $d_{\max} > h$, il ne peut donc y avoir aucune ambiguïté et cette méthode de détection est parfaitement pertinente.

57. La résolution latérale correspond à la distance parcourue par le satellite entre deux émissions d'impulsions lumineuses.

On a donc : $\text{rés} = v T_e = \frac{v}{f_e}$. AN. $\text{rés} = \frac{7,5}{20,16} = 3,7 \cdot 10^{-1} \text{ km}$.

IV.2) Résultats d'observations

58. Le LIDAR détecte un nuage s'il reçoit un signal SR lié à la réflexion des impulsions sur le sommet d'un nuage.

Sur le graphique fourni, on identifie la présence de deux pics qui correspondent à deux nuages.

Le premier nuage a son sommet à l'altitude de 6,5 km.

Le deuxième nuage a son sommet à l'altitude de 13 km.

59. Le deuxième nuage n'empêche pas la perception du premier et correspond à un signal reçu relativement faible, celui-ci est donc un nuage fin.

Le LIDAR ne détecte plus rien en-dessous du premier nuage et ce nuage correspond à un signal reçu beaucoup plus important que le deuxième nuage. On peut donc en conclure que ce nuage est un nuage opaque.

IV.3) Détermination de l'effet des nuages sur le rayonnement infrarouge de la Terre

60. Le flux surfacique se calcule par la formule fournie : $\Phi = \frac{\mathcal{P}}{\mathcal{A}}$.

Le flux total se calcule donc : $\Phi_T^{\text{IR}} = \frac{\mathcal{P}_T}{\mathcal{A}_T}$.

La puissance totale est la somme des puissances particulières : $\mathcal{P}_T = \mathcal{P}_{\text{opaque}} + \mathcal{P}_{\text{fin}} + \mathcal{P}_{\text{clair}}$.

La surface totale est la somme des surfaces particulières : $\mathcal{A}_T = \mathcal{A}_{\text{opaque}} + \mathcal{A}_{\text{fin}} + \mathcal{A}_{\text{clair}}$.

On a donc : $\Phi_T^{\text{IR}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{opaque}} + \mathcal{P}_{\text{fin}} + \mathcal{P}_{\text{clair}}}{\mathcal{A}_{\text{opaque}} + \mathcal{A}_{\text{fin}} + \mathcal{A}_{\text{clair}}}$.

D'où : $\Phi_T^{\text{IR}} = \frac{\Phi_{\text{opaque}}^{\text{IR}} \mathcal{A}_{\text{opaque}} + \Phi_{\text{fin}}^{\text{IR}} \mathcal{A}_{\text{fin}} + \Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}} \mathcal{A}_{\text{clair}}}{\mathcal{A}_{\text{opaque}} + \mathcal{A}_{\text{fin}} + \mathcal{A}_{\text{clair}}}$.

En introduisant les couvertures : $\Phi_T^{\text{IR}} = \frac{\Phi_{\text{opaque}}^{\text{IR}} C_{\text{opaque}} \mathcal{A}_{\text{Terre}} + \Phi_{\text{fin}}^{\text{IR}} C_{\text{fin}} \mathcal{A}_{\text{Terre}} + \Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}} C_{\text{clair}} \mathcal{A}_{\text{Terre}}}{C_{\text{opaque}} \mathcal{A}_{\text{Terre}} + C_{\text{fin}} \mathcal{A}_{\text{Terre}} + C_{\text{clair}} \mathcal{A}_{\text{Terre}}}$.

D'où : $\Phi_T^{\text{IR}} = \frac{\Phi_{\text{opaque}}^{\text{IR}} C_{\text{opaque}} + \Phi_{\text{fin}}^{\text{IR}} C_{\text{fin}} + \Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}} C_{\text{clair}}}{C_{\text{opaque}} + C_{\text{fin}} + C_{\text{clair}}}$.

De plus le ciel est soit clair, soit occupé d'un nuage fin, soit d'un nuage opaque. Ainsi on peut en déduire que la somme des couvertures vaut 100%. Donc : $C_{\text{opaque}} + C_{\text{fin}} + C_{\text{clair}} = 1$.

Au final : $\Phi_T^{\text{IR}} = \Phi_{\text{opaque}}^{\text{IR}} C_{\text{opaque}} + \Phi_{\text{fin}}^{\text{IR}} C_{\text{fin}} + \Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}} C_{\text{clair}}$.

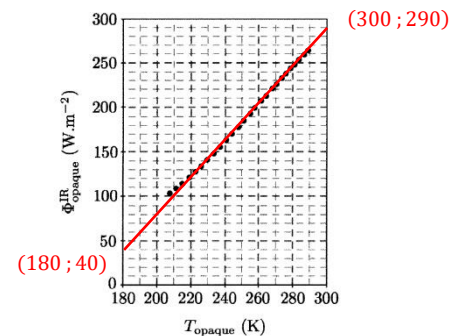
61. La loi de Stefan-Boltzmann est : $\mathcal{P} = \sigma T^4 \mathcal{A}$. Et donc : $\Phi = \frac{\mathcal{P}}{\mathcal{A}} = \sigma T^4$.

Or sur le document 4, on note que la représentation graphique de la fonction $\Phi_{\text{opaque}}^{\text{IR}} = f(T_{\text{opaque}})$ est proche d'une fonction affine.

Les données du document 4 ne peuvent donc pas être modélisées par la loi de Stefan-Boltzmann.

62. On note que la droite affine qui correspond à la fonction $\Phi_{\text{opaque}}^{\text{IR}} = f(T_{\text{opaque}})$ passe du point (180 ; 40) au point (300 ; 290).

Ainsi la loi affine est : $\Phi_{\text{opaque}}^{\text{IR}} = 2,1 \cdot T_{\text{opaque}} - 338$.



63. On utilise la définition fournie : $\text{CRE} = \Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}} - \Phi_T^{\text{IR}} = \Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}} - (\Phi_{\text{opaque}}^{\text{IR}} C_{\text{opaque}} + \Phi_{\text{fin}}^{\text{IR}} C_{\text{fin}} + \Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}} C_{\text{clair}})$.

Le flux surface opaque a été trouvé précédemment : $\Phi_{\text{opaque}}^{\text{IR}} = 2,1 \cdot T_{\text{opaque}} - 338$.

Le flux surfacique fin est fourni : $\Phi_{\text{fin}}^{\text{IR}} = \varepsilon_{\text{fin}} (2,1 T_{\text{fin}} - 331) + (1 - \varepsilon_{\text{fin}}) \Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}}$.

En combinant ces expressions, on obtient l'expression suivante :

$\text{CRE} = \Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}} - (2,1 \cdot T_{\text{opaque}} - 338) C_{\text{opaque}} - [\varepsilon_{\text{fin}} (2,1 T_{\text{fin}} - 331) + (1 - \varepsilon_{\text{fin}}) \Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}}] C_{\text{fin}} - \Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}} C_{\text{clair}}$.

D'où : $\text{CRE} = \Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}} - (2,1 \cdot T_{\text{opaque}} - 338) C_{\text{opaque}} - [\varepsilon_{\text{fin}} (2,1 T_{\text{fin}} - 331) + (1 - \varepsilon_{\text{fin}}) \Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}}] C_{\text{fin}} - \Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}} (1 - C_{\text{opaque}} - C_{\text{fin}})$.

En simplifiant : $\text{CRE} = -(2,1 \cdot T_{\text{opaque}} - 338) C_{\text{opaque}} - [\varepsilon_{\text{fin}} (2,1 T_{\text{fin}} - 331) + -\varepsilon_{\text{fin}} \Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}}] C_{\text{fin}} + \Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}} C_{\text{opaque}}$.

Et en réarrangeant : $\text{CRE} = (\Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}} - 2,1 \cdot T_{\text{opaque}} + 338) C_{\text{opaque}} + \varepsilon_{\text{fin}} (\Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}} - 2,1 T_{\text{fin}} + 331) C_{\text{fin}}$.

64. On a montré que : $CRE = (\Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}} - 2,1 \cdot T_{\text{opaque}} + 338) C_{\text{opaque}} + \varepsilon_{\text{fin}} (\Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}} - 2,1 T_{\text{fin}} + 331) C_{\text{fin}}$.

On peut bien isoler les deux composantes CRE_{opaque} et CRE_{fin} .

On a : $CRE_{\text{opaque}} = (\Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}} - 2,1 \cdot T_{\text{opaque}} + 338) C_{\text{opaque}}$ et $CRE_{\text{fin}} = \varepsilon_{\text{fin}} (\Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}} - 2,1 T_{\text{fin}} + 331) C_{\text{fin}}$.

65. On cherche à déterminer les maximums locaux des deux fonctions CRE_{opaque} et CRE_{fin} .

Pour cela on commence par remarquer que : $(\Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}} - 2,1 \cdot T_{\text{opaque}} + 338) > 0$ et $(\Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}} - 2,1 T_{\text{fin}} + 331) > 0$.

Cela se montre car $\Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}} + 330 = 270 + 330 = 600 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$, et comme les températures du document 5 sont inférieures à $0 \text{ }^\circ\text{C}$, on a obligatoirement $2,1 \cdot T < 2,1 \times 273 = 546 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.

Les maximums de CRE_{opaque} correspondent donc à la C_{opaque} maximum et à T_{opaque} minimum.

Les latitudes où CRE_{opaque} est maximum sont donc 60°S , 5°N et la zone comprise en 50°N et 65°N .

Les maximums de CRE_{fin} correspondent donc à la C_{fin} maximum, ε_{fin} maximum et à T_{fin} minimum.

Les latitudes où CRE_{fin} est maximum sont donc 60°S , 5°N et 60°N .

66. Pour déterminer l'ordre de grandeur des valeurs moyennes des CRE, il faut déterminer l'ordre de grandeur des moyennes des différentes grandeurs indiquées dans le document 5.

On lit : $\bar{C}_{\text{opaque}} = 40\%$ et $\bar{T}_{\text{opaque}} = -15 \text{ }^\circ\text{C} = 258 \text{ K}$.

On peut donc calculer : $\overline{CRE}_{\text{opaque}} = (\Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}} - 2,1 \cdot \bar{T}_{\text{opaque}} + 338) \bar{C}_{\text{opaque}}$.

AN. $\overline{CRE}_{\text{opaque}} = (270 - 2,1 \times 258 + 338) \times 0,40 = 26 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.

On lit : $\bar{C}_{\text{fin}} = 35\%$; $\bar{T}_{\text{fin}} = -15 \text{ }^\circ\text{C} = 258 \text{ K}$ et $\bar{\varepsilon}_{\text{fin}} = 0,35$.

On peut donc calculer : $\overline{CRE}_{\text{fin}} = \bar{\varepsilon}_{\text{fin}} (\Phi_{\text{clair}}^{\text{IR}} - 2,1 \bar{T}_{\text{fin}} + 331) \bar{C}_{\text{fin}}$.

AN. $\overline{CRE}_{\text{fin}} = 0,35 \times (270 - 2,1 \times 258 + 331) \times 0,35 = 8,3 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.

67. On en déduit le CRE moyen total : $\overline{CRE} = \overline{CRE}_{\text{opaque}} + \overline{CRE}_{\text{fin}}$.

AN. $\overline{CRE} = 26 + 8,3 = 34 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.

68. On obtient bien un coefficient non nul.

Ainsi l'atmosphère terrestre empêche bien une partie du rayonnement infrarouge terrestre d'être renvoyé dans l'espace.

Les nuages diminuent ainsi l'énergie perdue par la Terre et augmentent donc l'énergie terrestre.

FIN DE LA CORRECTION