

CONCOURS GÉNÉRAL DES LYCÉES
SESSION 2020
COMPOSITION DE PHYSIQUE-CHIMIE
PROPOSITION DE CORRECTION

Partie I – Le vernis des violons

I.1) La lumière sur le vernis des Stradivarius

1 – On reproduit le schéma demandé.

L'électron est accéléré de la cathode vers l'anode.
 Donc la force électrique \vec{F}_e est dirigée selon $+\vec{u}_x$.

Or la force électrique s'exprime : $\vec{F}_e = q\vec{E} = -e\vec{E}$.
 Donc le champ électrique \vec{E} est dirigé selon $-\vec{u}_x$.

Par définition $\vec{E} = E \vec{u}_x$, donc nécessairement : $E < 0$.

On a donc $U = -ED > 0$.

2 – Par définition le travail d'une force est donné par la formule : $W = \int \vec{F}_e \cdot \vec{dl}$.

Comme ici le déplacement est rectiligne entre la cathode et l'anode et que la force est constante, on obtient la formule suivante : $W = \vec{F}_e \cdot (D \vec{u}_x) = +F_e \cdot D$ (positif car la force est dans le même sens que le déplacement).

Ce qui donne : $W = -e \cdot E \cdot D = +eU$.

On retrouve bien la valeur demandée.

Le théorème de l'énergie cinétique indique que la variation d'énergie cinétique lors du déplacement est égale au travail fourni par les forces.

On a donc : $\Delta E_c = E_{c, \text{anode}} - E_{c, \text{cathode}} = W$. Ce qui donne : $E_c = W$.

3 – On a l'expression $E_c = W$ qui se détaille : $E_c = eU$ et $E_c = -e \cdot E \cdot D = +e \cdot |E| \cdot D$.

D'où : $U = \frac{E_c}{e}$ et $|E| = \frac{E_c}{eD}$.

On trouve les données numériques dans le document n°1 :

$E_c = 100 \text{ MeV} = 100 \cdot 10^6 \text{ eV} = 100 \cdot 10^6 \times 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$; $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $D = 16 \text{ m}$.

Les applications numériques donnent donc :

$$U = \frac{100 \cdot 10^6 \times 1,60 \cdot 10^{-19}}{1,60 \cdot 10^{-19}} = 100 \cdot 10^6 \text{ V} \text{ et } |E| = \frac{100 \cdot 10^6 \times 1,60 \cdot 10^{-19}}{1,60 \cdot 10^{-19} \times 16} = 6,3 \cdot 10^6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}.$$

On nous demande de comparer la valeur du champ électrique par rapport à celle à partir de laquelle l'air devient conducteur : $3,6 \cdot 10^6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$. Le champ électrique est supérieur à cette valeur.

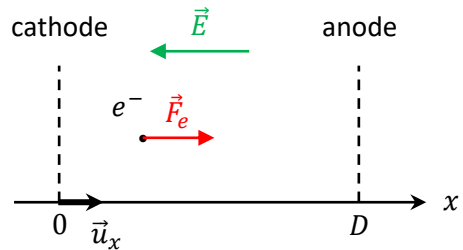
Afin d'éviter que des arcs électriques se forment, il faut donc que la partie accélératrice soit dans le vide.

4 – La force électrique exercée sur l'électron s'exprime : $F_e = e|E|$. Le poids de l'électron s'exprime : $P = m_e g$.

On réalise le quotient des deux forces : $\frac{F_e}{P} = \frac{e|E|}{m_e g}$. **AN.** $\frac{F_e}{P} = \frac{1,60 \cdot 10^{-19} \times 6,3 \cdot 10^6}{9,11 \cdot 10^{-31} \times 9,81} = 1,1 \cdot 10^{17}$.

On a $\frac{F_e}{P} \gg 1$, ce qui implique que $F_e \gg P$.

On peut donc bien négliger l'influence du poids devant celle de la force électrique.



5 – On part de l'expression de l'énergie cinétique trouvée à la question 3 : $E_c = -e \cdot E \cdot D$.

Or $U = -ED$ et $E_c = \frac{1}{2}m_e v^2$.

D'où en combinant les égalités : $v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}$. **AN.** $v = \sqrt{\frac{2 \times 1,60 \cdot 10^{-19} \times 100 \cdot 10^6}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 5,93 \cdot 10^9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

La valeur trouvée pour la vitesse est supérieure à la célérité de la lumière dans le vide $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Ceci n'est pas possible et, ainsi, on confirme que l'étude réalisée avec la physique classique n'est pas valide. Il faut utiliser un modèle relativiste pour pouvoir traiter cette partie.

6 – On part de l'expression de l'énergie cinétique relativiste : $E_c = (\gamma - 1)m_e c^2$.

On isole le facteur de Lorentz dans cette expression : $\gamma = \frac{E_c}{m_e c^2} + 1$.

AN. $\gamma = \frac{2,75 \cdot 10^9 \times 1,60 \cdot 10^{-19}}{9,11 \cdot 10^{-31} \times (3,00 \cdot 10^8)^2} + 1 = 5,37 \cdot 10^3$.

On utilise alors la définition du facteur de Lorentz : $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}}$.

On isole la vitesse que l'on cherche : $v_1 = c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}$. **AN.** $v_1 = 3,00 \cdot 10^8 \times \sqrt{1 - \frac{1}{(5,37 \cdot 10^3)^2}} = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Avec les chiffres significatifs fournis, il n'est pas possible d'observer un écart entre la célérité de la lumière dans le vide et la vitesse de l'électron.

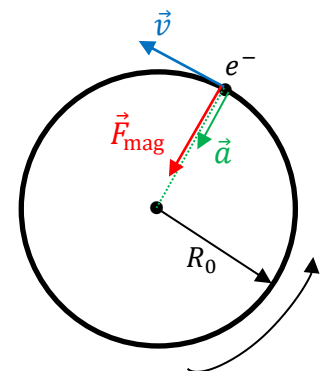
7 – On reproduit le schéma demandé.

La vitesse est tangente à la trajectoire, on peut donc la représenter simplement sur le schéma comme la tangente du cercle.

On part de l'expression fournie de la force magnétique : $\vec{F}_{\text{mag}} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$.

Comme $q < 0$, le vecteur $q\vec{v}$ est dans le sens contraire de \vec{v} .

En utilisant la règle de la main droite, on conclue que la force magnétique est dirigée vers le centre du mouvement (donc centripète).



Comme la seule force présente est la force magnétique, en supposant que l'on soit dans un référentiel galiléen, on peut conclure par la deuxième loi de Newton que l'accélération est selon la même direction et le même sens que la force magnétique (donc centripète également).

8 – Par définition le travail d'une force est donné par la formule : $W = \int \vec{F}_{\text{mag}} \cdot \vec{d\ell}$.

Le déplacement élémentaire $\vec{d\ell}$ est tangent au cercle. Or comme la force magnétique \vec{F}_{mag} est selon le rayon du cercle, alors \vec{F}_{mag} et $\vec{d\ell}$ sont orthogonaux. Donc leur produit scalaire est toujours nul.

Ainsi le travail de la force magnétique est nul : $W = \int \vec{F}_{\text{mag}} \cdot \vec{d\ell} = 0$.

D'après le théorème de l'énergie cinétique, on a : $\Delta E_c = W = 0$. Donc l'énergie cinétique ne varie pas.

D'où on déduit que la norme de la vitesse de l'électron reste constante.

9 – Par la deuxième loi de Newton on peut écrire que : $m_e \vec{a} = \vec{F}_{\text{mag}}$.

Or l'énoncé nous donne la norme de la force magnétique : $\|\vec{F}_{\text{mag}}\| = |q| \|\vec{v}\| \|\vec{B}\| = +e v_1 B$

Ce qui donne en norme : $a = \frac{F_{\text{mag}}}{m_e} = \frac{eB}{m_e} v_1$.

On retrouve donc bien l'accélération demandée : $a = \omega_c v_1$ avec $\omega_c = \frac{eB}{m_e}$.

10 – On part de l'expression fournie de la puissance rayonnée par l'électron : $P = \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} a^2$.

On nous donne également l'expression de l'accélération pour le mouvement de l'électron : $a = \frac{v_1^2}{R_0}$.

On cherche l'énergie perdue par rayonnement sur un tour : $E_{\text{perdue}} = P \times \Delta t$

où Δt est la durée nécessaire pour que l'électron fasse un tour sur sa trajectoire circulaire.

Comme la vitesse est quasi-constante, on peut utiliser la formule de la vitesse moyenne : $v_1 = \frac{2\pi R_0}{\Delta t}$ ou $\Delta t = \frac{2\pi R_0}{v_1}$.

En bilan on a donc : $E_{\text{perdue}} = \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \times \left(\frac{v_1^2}{R_0}\right)^2 \times \frac{2\pi R_0}{v_1} = \frac{e^2 v_1^3}{3\epsilon_0 R_0 c^3}$.

On retrouve donc bien l'expression demandée.

11 – On cherche la valeur de l'énergie perdue par tour E_{perdue} en keV.

On fait l'application numérique de cette énergie avec l'expression corrigée par la relativité : $E_{\text{perdue}} = \gamma^4 \frac{e^2 v_1^3}{3\epsilon_0 R_0 c^3}$.

AN. $E_{\text{perdue}} = (5,37 \cdot 10^3)^4 \times \frac{(1,60 \cdot 10^{-19})^2 \times (3,00 \cdot 10^8)^3}{3 \times 8,85 \cdot 10^{-12} \times 56 \times (3,00 \cdot 10^8)^3} = 1,4 \cdot 10^{-14} \text{ J}$.

On convertit cette énergie en électronvolt : $E_{\text{perdue}} = 1,4 \cdot 10^{-14} \text{ J} = 8,9 \cdot 10^4 \text{ eV} = 89 \text{ keV}$.

Comme l'électron perd 89 keV d'énergie chaque tour, il faut lui fournir cette même énergie pour qu'il conserve son énergie au court du temps.

12 – Il faut un vide poussé dans l'anneau de stockage afin d'éviter que les électrons ne percutent des particules d'air et afin d'éviter que les particules d'air n'absorbent les photons que produit le synchrotron.

13 – On voit sur la figure 3 que le synchrotron SOLEIL produit des photos d'énergie comprise entre 10^0 et 10^5 eV.

En utilisant la formule de Planck-Einstein on peut déterminer les longueurs d'onde correspondantes.

On a : $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$. Donc $\lambda = \frac{hc}{E}$.

AN. Pour $E = 10^0$ eV : $\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \times 3,00 \cdot 10^8}{10^0 \times 1,60 \cdot 10^{-19}} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 1 \mu\text{m}$.

Pour $E = 10^5$ eV : $\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \times 3,00 \cdot 10^8}{10^5 \times 1,60 \cdot 10^{-19}} = 1 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 0,01 \text{ nm}$.

Les longueurs d'onde produites par le synchrotron SOLEIL sont donc comprises entre 0,01 nm et 1 μm .

Or le rayonnement infrarouge correspond à des longueurs d'onde supérieures à 0,8 μm . Ce qui est bien le cas ici.

Donc le synchrotron SOLEIL produit bien un rayonnement infrarouge.

14 – En utilisant le nom, on peut déduire que le monochromateur permet de sélectionner la longueur d'onde utilisée en laboratoire. En effet la lumière synchrotron est polychromatique, comme indiquée sur la figure 3.

Le monochromateur permet donc de rendre cette lumière monochromatique.

15 – L'article conclut que Stradivarius a utilisé un vernis à base d'huile et non pas d'éléments issus du vivant. Cela se confirme sur la figure 4 du document 2, par l'absence de coloration bleue marquée qui correspond à la présence de protéines (et donc d'éléments issus du vivant). Par contre on retrouve bien les coloration rouges et vertes qui correspondent à des liaisons organiques qui sont présentes dans les huiles.

On peut supposer que l'utilisation de ce vernis peut avoir été pensée pour colorer le violon (avec l'utilisation des pigments utilisés en peinture) ou bien de réfléchir davantage la lumière pour un effet esthétique ou pour éviter que le violon ne chauffe trop à la lumière.

I.2) L'huile de lin

16 – Dans le sujet on nous indique qu'une huile utilisée pour un vernis doit être siccativante, c'est-à-dire qu'elle doit avoir une bonne capacité à sécher.

On nous indique également qu'une huile est d'autant plus siccativante qu'elle possède de chaînes insaturées, c'est-à-dire qu'elle possède un grand nombre de doubles liaisons.

Dans la table 2 indiquant les formules topologiques de quelques acides gras, on note que c'est l'acide linoléique qui possède le plus de doubles liaisons.

On voit enfin dans la table 1 contenant la composition de quelques huiles végétales, que l'huile qui contient la plus grande proportion d'acide linoléique est l'huile de lin.

Ainsi il est logique d'observer que l'huile de lin est utilisée dans la majorité des vernis à huile des luthiers.

I.2.1) Détermination de l'indice d'iode théorique de l'huile de lin

17 – Le flacon considéré contient un volume $V = 100$ mL d'huile de lin.

La masse d'huile de lin contenue est donc : $m = \rho V$ avec $\rho = 0,93$ g·mL⁻¹ la masse volumique de l'huile.

Pour chaque acide, on possède le pourcentage massique x_{ac} contenu dans l'huile. On a donc la masse de chaque acide qui est donnée par la formule : $m_{ac} = x_{ac}\rho V$.

Enfin il on détermine la quantité de matière en utilisant la masse molaire : $n_{ac} = \frac{m_{ac}}{M_{ac}} = \frac{x_{ac}\rho V}{M_{ac}}$.

On détermine les masses molaires à partir des formules topologiques fournies.

▪ Pour l'acide linoléique (Ln), la formule brute est C₁₈H₃₀O₂. Donc : $M_{Ln} = 18M_C + 30M_H + 2M_O$.

AN. $M_{Ln} = 18 \times 12,011 + 30 \times 1,0079 + 2 \times 15,999 = 278,433$ g·mol⁻¹.

Enfin on calcule : $n_{Ln} = \frac{x_{Ln}\rho V}{M_{Ln}} = \frac{0,53 \times 0,93 \times 100}{278,433} = 1,8 \cdot 10^{-1}$ mol.

▪ Pour l'acide linoléique (L), la formule brute est C₁₈H₃₂O₂. Donc : $M_L = 18M_C + 32M_H + 2M_O$.

AN. $M_L = 18 \times 12,011 + 32 \times 1,0079 + 2 \times 15,999 = 280,449$ g·mol⁻¹.

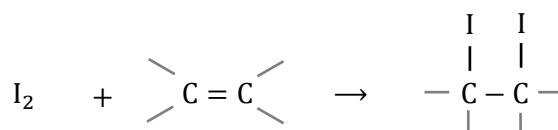
Enfin on calcule : $n_L = \frac{x_L\rho V}{M_L} = \frac{0,13 \times 0,93 \times 100}{280,449} = 4,3 \cdot 10^{-2}$ mol.

▪ Pour l'acide oléique (O), la formule brute est C₁₈H₃₄O₂. Donc : $M_O = 18M_C + 34M_H + 2M_O$.

AN. $M_O = 18 \times 12,011 + 34 \times 1,0079 + 2 \times 15,999 = 282,465$ g·mol⁻¹.

Enfin on calcule : $n_O = \frac{x_O\rho V}{M_O} = \frac{0,22 \times 0,93 \times 100}{282,465} = 7,2 \cdot 10^{-2}$ mol.

18 – L'équation du diiode sur une double liaison C = C est la suivante :



19 – L'équation déterminée précédemment permet de dire que chaque double liaison va réagir avec une molécule de diiode. On détermine donc la quantité de matière de diiode qui va réagir en déterminant la quantité de matière de doubles liaisons présentes dans l'huile de lin.

L'acide linoléique possède trois doubles liaisons, l'acide linoléique en possède deux et l'acide oléique n'en possède qu'une. On a donc : $n_{I_2} = 3 n_{Ln} + 2 n_L + 1 n_O$.

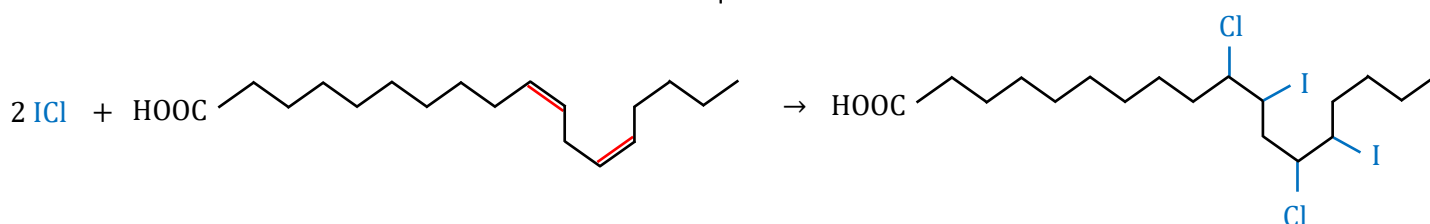
On détermine la masse en diiode : $m_{I_2} = M_{I_2} \cdot n_{I_2} = 2 M_I \cdot n_{I_2} = 2 M_I \cdot (3 n_{Ln} + 2 n_L + 1 n_O)$.

AN. $m_{I_2} = 2 \times 126,9 \times (3 \times 1,8 \cdot 10^{-1} + 2 \times 4,3 \cdot 10^{-2} + 1 \times 7,2 \cdot 10^{-2}) = 1,8 \cdot 10^2 \text{ g}$.

L'indice d'iode correspond à la masse en diiode. Il s'exprime sans unité, mais on ne nous indique pas en quelle unité il faut l'exprimer. L'indice d'iode de l'huile de lin est donc de $1,8 \cdot 10^2$.

I.2.3) À propos de l'étape 1

20 – La réaction entre le chlorure d'iode et l'acide linoléique est la suivante :



Remarque : dans la réaction on ne peut pas savoir de quel côté se fixe le chlore et de quel côté se fixe l'iode, la réaction écrite n'est donc qu'une proposition où il est possible d'inverser le chlore et l'iode pour chacune des deux doubles liaisons (ce qui fait quatre possibilités).

21 – La réaction (1) est une réaction d'addition, car on note la disparition d'une double liaison.

22 – Dans l'étape 1, on utilise du chloroforme. Or il nous est indiqué dans le sujet que le chloroforme, ou trichlorométhane, est une substance dangereuse par ingestion et inhalation. De ce fait, sa manipulation ne pourrait se faire que sous hotte avec des mesures de protection rigoureuses. Il n'est donc pas aisé de mettre en œuvre cette étape du protocole dans un laboratoire de lycée.

23 – Dans le premier erlenmeyer a lieu la réaction entre le réactif de Wijs et les doubles liaisons contenues dans le corps gras étudié (ici l'huile de lin). La suite du protocole permet de remonter à la quantité de chlorure d'iode du réactif de Wijs qui n'a pas réagi.

Dans le deuxième erlenmeyer le réactif de Wijs n'a pas de double liaison avec lesquelles réagir. Cet erlenmeyer permet donc de déterminer la quantité de chlorure d'iode initialement présente dans le réactif de Wijs.

I.2.4) À propos de l'étape 2

24 – Dans cette étape la réaction qui a lieu est celle entre le chlorure d'iode et l'ion iodure pour former le diiode.

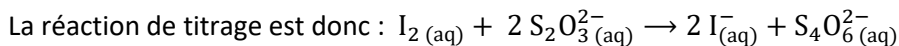
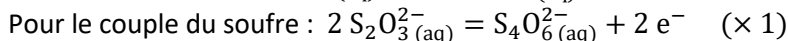
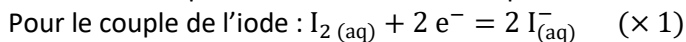
On a donc la réaction suivante : $ICl + I_{(aq)}^- \rightarrow I_{2(aq)} + Cl_{(aq)}^-$.

25 – Les 5 minutes d'agitation s'expliquent probablement par le fait que la réaction entre le chlorure d'iode de l'ion iodure n'est pas une réaction à cinétique rapide. Cette agitation de 5 minutes permet d'être certain d'avoir transformé la totalité du chlorure d'iode restant en diiode.

I.2.5) À propos de l'étape 3

26 – L'espèce titrée est le diiode $I_{2(aq)}$. L'espèce titrante est l'ion thiosulfate $S_2O_3^{2-}(aq)$.

On commence par écrire les deux demi-équations avant de les sommer pour équilibrer les électrons.



27 – On sait qu'à l'équivalence, la quantité d'espèce titrante versée a permis de faire réagir la totalité de l'espèce titrée initialement présente. Avec la réaction obtenue précédemment on a donc : $\frac{n(I_2)_{\text{initiale}}}{1} = \frac{n(S_2O_3^{2-})_{\text{versée à l'équivalence}}}{2}$.

$$\text{On a donc pour l'erenmeyer A : } n(I_2)_A = \frac{C \cdot V_{\text{éq,A}}}{2}.$$

$$\text{Et pour l'erenmeyer B : } n(I_2)_B = \frac{C \cdot V_{\text{éq,B}}}{2}.$$

28 – L'équation de la question 24, permet de dire que chaque molécule de chlorure d'iode donnera une molécule de diiode. Ainsi la quantité de matière restante en chlorure d'iode est la même que la quantité de diiode dosée.

$$\text{On a donc : } n_{\text{restant}}(ICl)_A = n(I_2)_A = \frac{C \cdot V_{\text{éq,A}}}{2} \text{ et } n_{\text{restant}}(ICl)_B = n(I_2)_B = \frac{C \cdot V_{\text{éq,B}}}{2}.$$

29 – D'après le protocole et les explications données à la question 23, on déduit que la quantité de chlorure d'iode ayant réagi correspond à la différence entre la quantité initialement présente dans le réactif de Wijs, donc dans l'erenmeyer B, et la quantité n'ayant pas réagi dans l'erenmeyer A.

$$\text{On a donc : } n_{\text{réagi}}(ICl) = n_{\text{restant}}(ICl)_B - n_{\text{restant}}(ICl)_A = \frac{C \cdot V_{\text{éq,B}}}{2} - \frac{C \cdot V_{\text{éq,A}}}{2} = \frac{C}{2} \cdot (V_{\text{éq,B}} - V_{\text{éq,A}}).$$

$$\text{La quantité de matière recherchée est donc : } n_{\text{réagi}}(ICl) = \frac{C}{2} \cdot (V_{\text{éq,B}} - V_{\text{éq,A}}).$$

30 – L'indice d'iode de l'huile de lin correspond à la masse de diiode pouvant réagir avec les doubles liaisons présentes dans l'huile. Or ici on a utilisé du chlorure d'iode et non du diiode. Mais le chlorure d'iode se comporte bien comme le diiode.

La quantité de matière de diiode pouvant réagir sera donc bien la même que celle du chlorure d'iode.

$$\text{Il faut ensuite calculer la masse en diiode correspondant : } m(I_2) = n(I_2) \times M(I_2) = n_{\text{réagi}}(ICl) \times 2 \cdot M_I.$$

$$\text{Ce qui donne donc : } m(I_2) = C \cdot M_I \cdot (V_{\text{éq,B}} - V_{\text{éq,A}}).$$

Enfin l'indice d'iode se calcule pour 100 g du corps gras. Il faut donc réaliser une proportionnalité.

$$\text{On trouve ainsi : } m_{\text{pour 100 g}}(I_2) = m(I_2) \times \frac{100 \text{ g}}{m_{\text{huile}}} = C \cdot M_I \cdot (V_{\text{éq,B}} - V_{\text{éq,A}}) \times \frac{100 \text{ g}}{m_{\text{huile}}}.$$

$$\underline{\text{AN.}} \quad m_{\text{pour 100 g}}(I_2) = 0,20 \times 126,9 \times (22,40 \cdot 10^{-3} - 4,00 \cdot 10^{-3}) \times \frac{100 \text{ g}}{252 \cdot 10^{-3}} = 1,9 \cdot 10^2 \text{ g}.$$

On trouve donc un indice d'iode pour l'huile de lin de $1,9 \cdot 10^2$.

On retrouve bien quasiment le même résultat qu'à la question 19, les résultats sont donc bien cohérents.

I.2.6) Polymérisation du vernis

31 – Lors des étapes 1 et 2 du mécanisme il y a une modification de la chaîne carbonée de la molécule.

Lors de l'étape 1, c'est une isomérisation, la chaîne carbonée reste la même, seules les doubles liaisons sont déplacées.

Lors de l'étape 2, c'est une modification de chaîne sur la deuxième double liaison avec le passage d'une diastéréoisométrie Z à une diastéréoisométrie E.

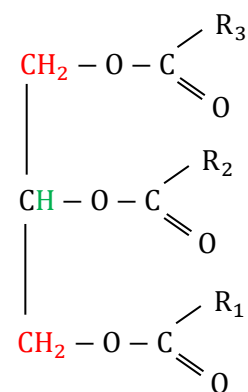
32 – Les flèches dans l'étape 3 représentent les déplacements des doublets électroniques.

33 – La viscosité se traduit microscopiquement par une gêne entre les molécules du liquide. Or la standolie de lin est beaucoup plus volumineuse que l'huile de lin et possède, en outre, un cycle qui augmente ses dimensions. Cet encombrement plus important explique la viscosité plus importante de la standolie de lin par rapport à l'huile de lin.

34 – Le pic de référence utilisé dans les spectres RMN correspond aux deux groupements CH_2 du triester correspondant aux groupements initiaux du glycérol. On les représente en rouge dans la formule ci-contre.

Ces deux groupes sont voisins avec le H central, en vert dans la formule ci-contre. Ils ont donc un seul voisin, et le pic correspondant dans le spectre RMN est bien un doublet.

De plus ces deux groupements CH_2 ne sont pas modifiés par la standolisation vu qu'ils ne sont pas dans la chaîne de l'acide gras. Ainsi le nombre d'hydrogène appartenant à ces groupes ne varie pas, et la hauteur reste bien la même.



35 – On remarque sur la figure 9 (a) que l'huile de lin est l'huile pour laquelle la standolisation se fait le plus rapidement. C'est donc une huile plus adaptée pour réaliser des standolies. Cela s'explique par la forte teneur de cette huile en doubles liaisons.

36 – Afin que la standolisation se fasse, il faut un acide gras doublement insaturé pour réaliser l'étape 1.

Or en regardant la composition de l'huile de palme dans le tableau donnant les compositions des huiles, on note qu'elle ne contient pas d'acide linoléique et seulement 10% d'acide linoléique, qui sont les seuls acides doublement insaturés cités dans le tableau.

Comme la standolisation se fait d'autant mieux que la conversion des doubles liaisons a lieu, elle ne peut être que lente du fait de la faible teneur en double liaison.

Ainsi on le comportement de l'huile de palme, consistant en une standolisation lente est cohérent.

37 – Le choix des conditions expérimentales consiste à choisir la température pour un temps choisi, ici 8h30.

On peut noter sur la figure 9 (b) qu'à partir de la température de 330°C la standolisation de l'huile est totale, mais pas en dessous.

On peut noter également sur la même figure qu'il y a une perte du produit avec le temps mais qu'elle est légèrement moindre pour 330°C que pour 360°C.

Enfin on peut également noter que plus la standolisation se fait à basse température, moins le coût énergétique de la transformation chimique sera important.

Avec ces trois arguments on peut confirmer que le choix d'une expérience à 330°C est bien judicieux.

Partie II – Jouer du violon

II.1) Le mouvement de Helmholtz

38 – Les ondes de déformation se déplacent entre le chevalet et le sillet. La déformation de la corde se fait transversalement à cet axe, ce sont donc des ondes transversales.

39 – L'hypothèse permettant de négliger tout phénomène de torsion de la corde est l'hypothèse faite que la corde est sans épaisseur. De ce fait, elle ne peut pas tourner sur elle-même.

40 – La corde du ré a un fondamental vibrant à la fréquence $f = 294$ Hz, comme indiqué dans l'annexe du sujet.

On peut alors déterminer la période de vibration : $T = \frac{1}{f}$. AN. $T = \frac{1}{294} = 3,40 \cdot 10^{-3}$ s.

L'énoncé nous fournit la formule $T = \frac{2L}{c_0}$. D'où : $c_0 = \frac{2L}{T} = 2Lf$. AN. $c_0 = 2 \times 33 \cdot 10^{-2} \times 294 = 1,9 \cdot 10^2$ m·s⁻¹.

Un œil humain est capable de distinguer des fréquences allant jusqu'à une dizaine d'images par seconde. Ici la fréquence de 294 Hz est trente fois plus importante que la limite de l'œil. On ne peut donc pas suivre la déformation de la corde à l'œil nu.

41 – La phase d'adhérence correspond à la phase pendant laquelle le point H est situé entre l'archet et le sillet. Pendant cette phase, le point H fait donc un aller-retour entre l'archet le sillet, de longueur $L - \beta L$.

On a donc : $T_a = \frac{2L(1-\beta)}{c_0}$. Ce qui donne finalement : $T_a = (1 - \beta) T$.

De manière analogue, la durée de la phase de glissement est le temps de l'aller-retour entre l'archet et le chevalet, dont la longueur est βL .

On a donc : $T_g = \frac{2\beta L}{c_0}$. Ce qui donne finalement : $T_g = \beta T$.

On remarque bien que l'on a : $T_a + T_g = T$.

42 – Le mouvement de la corde étant périodique, on sait que le point M est revenu à sa position initiale au bout d'une période T .

Or on sait que durant la phase d'adhérence, le point M se déplace à la vitesse constante v_a d'une distance d_a .

Comme la phase d'adhérence durant une durée T_a , on a : $d_a = v_a \times T_a$.

On définit la distance parcourue algébriquement par le point M lors de la phase de glissement : $d_g = v_g \times T_g$.

Comme le point M revient à sa position initiale, on a : $d_a + d_g = 0$. D'où : $v_a \times T_a + v_g \times T_g = 0$.

On isole la vitesse recherchée : $v_g = -v_a \times \frac{T_a}{T_g} = -v_a \times \frac{(1-\beta)T}{\beta T} = -v_a \frac{1-\beta}{\beta}$.

On trouve bien la valeur indiquée dans l'énoncé.

43 – À l'instant $t = 0$, le point M est à la position $y = 0$ pendant la phase de glissement.

La position $y = 0$ étant la position d'équilibre, on est à la moitié de la phase de glissement (ce que confirme le graphique de la figure 13).

On a donc au début du mouvement, pour $0 \leq t \leq \frac{T_g}{2}$: $y(t) = v_g t + 0 = -v_a \frac{1-\beta}{\beta} t$.

Au moment où la phase d'adhérence démarre, on a $t = \frac{T_g}{2}$ et donc : $y(\frac{T_g}{2}) = -v_a \frac{1-\beta}{\beta} \times \frac{T_g}{2}$.

Ce qui donne : $y(\frac{T_g}{2}) = -v_a \frac{1-\beta}{\beta} \times \frac{\beta T}{2} = -\frac{1}{2} v_a T (1 - \beta)$.

À l'instant $t = \frac{T_g}{2}$, le point M est à la position $y = -\frac{1}{2} v_a T (1 - \beta)$ et démarre la phase d'adhérence.

Pour la phase d'adhérence, on a $\frac{T_g}{2} \leq t \leq T - \frac{T_g}{2}$ et il y a adhérence pendant une durée $t - \frac{T_g}{2}$.

On a donc : $y(t) = v_a \left(t - \frac{T_g}{2} \right) - \frac{1}{2} v_a T (1 - \beta) = v_a t + v_a \left(-\frac{\beta T}{2} - \frac{T}{2} + \frac{\beta T}{2} \right) = v_a \left(t - \frac{T}{2} \right)$.

On vérifie la position extrême : $y\left(T - \frac{T_g}{2}\right) = v_a \left(T - \frac{T_g}{2} - \frac{T}{2} \right) = v_a \left(\frac{T}{2} - \frac{\beta T}{2} \right) = +\frac{1}{2} v_a T (1 - \beta)$.

Enfin pour la dernière partie du mouvement, on a $T - \frac{T_g}{2} \leq t \leq T$ et il y a glissement pendant une durée $t - \left(T - \frac{T_g}{2}\right)$.

On a donc : $y(t) = v_g \left(t - \left(T - \frac{T_g}{2}\right) \right) + \frac{1}{2} v_a T (1 - \beta) = v_g t + v_g T \left(1 - \frac{\beta}{2}\right) + \frac{1}{2} \left(-v_g \frac{\beta}{1-\beta}\right) T (1 - \beta)$.

Donc : $y(t) = v_g t + v_g T \left(1 - \frac{\beta}{2}\right) - \frac{1}{2} v_g \beta T = v_g (t - T)$.

En bilan on a donc sur une période T avec les conditions initiales fournies :

- pour $0 \leq t \leq \frac{T_g}{2}$, phase de glissement : $y(t) = v_g t$.
- pour $\frac{T_g}{2} \leq t \leq T - \frac{T_g}{2}$, phase d'adhérence : $y(t) = v_a \left(t - \frac{T}{2} \right)$.
- pour $T - \frac{T_g}{2} \leq t \leq T$, phase de glissement : $y(t) = v_g (t - T)$.

44 – On a montré dans la question précédente que la position y varie de manière affine entre deux valeurs extrêmes qui sont $-\frac{1}{2} v_a T (1 - \beta)$ et $+\frac{1}{2} v_a T (1 - \beta)$.

Donc l'amplitude de déformation maximale de la corde à l'abscisse du point M est bien : $y_m = \frac{1}{2} v_a T (1 - \beta)$.

45 – On réalise l'application numérique de l'amplitude précédemment trouvée.

$$y_m = \frac{1}{2} v_a T (1 - \beta) = \frac{1}{2} v_a \frac{1}{f} (1 - \beta) = \frac{1}{2} \times 0,20 \times \frac{1}{294} \times (1 - 0,10) = 3,1 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,31 \text{ mm}.$$

L'amplitude maximale est très faible et ne va pas pouvoir être observée à l'œil nu.

46 – Dans le modèle de Helmholtz la variation de l'élongation $y(t)$ suit des variations linéaires. Or on observe sur les mesures effectuées des variations se superposant à la variation linéaire. Cela s'explique par la présence des harmoniques, qui caractérisent un son complexe tel que celui produit par un violon.

On observe que la vitesse de l'archet n'influe pas sur la forme de l'élongation mais uniquement sur son amplitude. Cela est cohérent avec le fait que la corde du ré du violon produit un ré quelque soit la vitesse de l'archet, ce que l'on observe par une période qui reste inchangée. Ainsi la vitesse de l'archet ne va influencer que sur l'intensité du son, ce qui est connu pour un instrument à corde.

II.2) Un modèle d'oscillation entretenue

II.2.1) Portrait de phase de l'oscillateur harmonique

47 – Une pulsation s'exprime en radian par seconde dans le système international.

La dimension de la pulsation est donc l'inverse d'un temps : $[\omega_0] = T^{-1}$.

La formule fournie $\omega_0 = k^{\alpha_1} m^{\alpha_2}$ permet d'écrire une équation aux dimensions : $[\omega_0] = [k]^{\alpha_1} [m]^{\alpha_2}$.

L'unité de la constante de raideur k est le newton par mètre, sa dimension est donc celle d'une force multipliée par l'inverse d'une longueur. On a donc : $[k] = [F] \cdot L^{-1}$.

De plus, par la deuxième loi de Newton on peut écrire la correspondance : $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Ce qui permet d'écrire : $[F] = M \cdot L \cdot T^{-2}$.

D'où $[k] = M \cdot T^{-2}$.

On peut donc écrire : $[\omega_0] = [k]^{\alpha_1} [m]^{\alpha_2} = M^{\alpha_1} \cdot T^{-2\alpha_1} \cdot M^{\alpha_2} = M^{\alpha_1 + \alpha_2} \cdot T^{-2\alpha_1}$.

En identifiant les termes entre l'expression $[\omega_0] = T^{-1}$ et l'expression $[\omega_0] = M^{\alpha_1 + \alpha_2} \cdot T^{-2\alpha_1}$, on peut écrire le système suivant : $\alpha_1 + \alpha_2 = 0$ et $-2\alpha_1 = -1$.

On en déduit donc que $\alpha_1 = \frac{1}{2}$ et $\alpha_2 = -\frac{1}{2}$.

Cela donne au final la formule : $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

48 – On part de l'expression fournie dans le sujet : $y(t) = y_0 \cos(\omega_0 t)$.

On peut écrire $y(t) = f(\omega_0 t)$ avec $f(x) = y_0 \cos(x)$. On a alors $f'(x) = -y_0 \sin(x)$.

En utilisant la formule du formulaire on a donc : $\frac{dy}{dt} = \omega_0 \times (-y_0 \sin(\omega_0 t))$.

Donc on a : $\frac{dy}{dt} = -\omega_0 y_0 \sin(\omega_0 t)$.

49 – On sait par le formulaire que l'équation d'un cercle de centre $C(x_0, y_0)$ et de rayon R_0 a pour équation en coordonnées cartésiennes : $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R_0^2$.

On veut vérifier que l'on a un cercle centré sur l'origine, donc $x_0 = y_0 = 0$, et de rayon $\omega_0 y_0$, dans les coordonnées où $x = \omega_0 y(t)$ et $y = \frac{dy}{dt}$.

On doit donc avoir l'équation : $(\omega_0 y(t))^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = (\omega_0 y_0)^2$.

Vérifions : $(\omega_0 y(t))^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = (\omega_0 y_0 \cos(\omega_0 t))^2 + (\omega_0 y_0 \sin(\omega_0 t))^2 = (\omega_0 y_0)^2 \times (\cos^2(\omega_0 t) + \sin^2(\omega_0 t))$.

Or on sait que $\cos^2(\omega_0 t) + \sin^2(\omega_0 t) = 1$.

On a donc au final : $(\omega_0 y(t))^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = (\omega_0 y_0)^2$.

Ainsi le portrait de phase de l'objet est bien un cercle centré sur l'origine et de rayon $\omega_0 y_0$.

Concernant le sens de parcourt du portrait de phase, on remarque que lorsque la vitesse est positive, l'abscisse y augmente et inversement lorsque la vitesse est négative. Cela permet de conclure que le portrait de phase se parcourt dans le sens des aiguilles d'une montre.

Le point initial N correspond au temps $t = 0$. En reprenant les expressions précédentes, on trouve $y = y_0$ et $v = 0$. Au démarrage l'objet est donc le plus à droite possible sur le tapis roulant sans vitesse initiale. Donc le point N est à l'extrémité droite du cercle du portrait de phase avec les coordonnées $(\omega_0 y_0; 0)$.

50 – Sur le portrait de phase, le caractère périodique du mouvement se traduit par le fait que le point décrivant le portrait réalise une rotation sur le cercle en une durée toujours identique, c'est la période.

On a réalisé un tour complet lorsque l'argument des fonctions trigonométriques a augmenté de 2π correspondant au tour complet. Il faut donc avoir : $\omega_0 T_0 = 2\pi$.

La période est donc : $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$.

II.2.2) Portrait de phase de l'objet entraîné par le tapis

51 – Lors de la phase d'adhérence, l'objet adhère au tapis roulant. L'objet a donc la même vitesse que le tapis roulant. On a donc : $v(t) = V = \text{constante}$.

52 – On réalise un bilan des forces s'appliquant sur l'objet :

- le poids : $\vec{P} = -mg \cdot \vec{u}_z$;
- la force de rappel élastique : $\vec{F}_{\text{élastique}} = -ky(t) \cdot \vec{u}_y$;
- l'action du tapis sur l'objet : $\vec{R} = R_t \cdot \vec{u}_y + R_n \cdot \vec{u}_z$.

On se place dans le référentiel terrestre galiléen de manière à ce que la deuxième loi de Newton soit applicable.

En appliquant la deuxième loi de Newton à l'objet de masse constante on obtient : $m \frac{d\vec{v}}{dt} = \sum \vec{F}$.

Comme la vitesse est constante, on a donc : $\vec{P} + \vec{F}_{\text{élastique}} + \vec{R} = \vec{0}$.

On peut projeter la deuxième loi de Newton sur chacun des deux axes des coordonnées cartésiennes.

Selon l'axe \vec{u}_y on a : $0 - ky(t) + R_t = 0$.

Selon l'axe \vec{u}_z on a : $-mg + 0 + R_n = 0$.

On peut alors isoler les composantes de l'action du tapis : $R_t = ky(t)$ et $R_n = mg$.

Par les lois de Coulomb, on sait qu'il y a adhérence tant que $|R_t| \leq \mu_s |R_n|$.
Cela se traduit par : $k |y(t)| \leq \mu_s mg$.

On trouve donc bien la relation de l'énoncé, c'est-à-dire $|y(t)| \leq \frac{\mu_s mg}{k}$.

53 – La vitesse V est la vitesse de l'objet lorsqu'il y a adhérence, c'est-à-dire lorsque la vitesse est constante et qu'elle ne dépend pas de la position. Cela correspond donc à la partie du portrait de phase qui est horizontale, donc entre les points A et B_1 .

On lit alors la vitesse directement sur le portrait de phase : $V = 1,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

54 – Le point A a pour coordonnées dans le portrait de phase $\omega_0 y = 0$ et $v = V$.

Il correspond donc à l'état initial décrit dans le sujet : $y(t = 0) = 0$ et $\frac{dy}{dt}(t = 0) = V$.

55 – L'objet démarre au point A du portrait de phase. La vitesse étant constante, l'abscisse y va augmenter. L'objet va alors dépasser le point B_2 sur le portrait de phase puis se mettre à suivre le portrait de phase sans jamais se retrouver de nouveau sur le segment AB_2 . Ainsi le mouvement est bien périodique à partir du moment où le point B_2 est dépassé pour la première fois.

Lorsque la vitesse est positive, l'abscisse y augmente et inversement lorsque la vitesse est négative. Cela permet de conclure que le portrait de phase se parcourt dans le sens des aiguilles d'une montre.

Le point B_1 correspond au moment où l'adhérence s'arrête et que l'on passe en phase de glissement, qui correspond à toute la partie circulaire. Dans cette phase la vitesse décroît jusqu'à s'inverser. L'objet va alors se déplacer vers la gauche pendant que la vitesse augmente de nouveau, mais vers la gauche. Ensuite la vitesse va décroître puis finir par s'inverser. L'objet va alors se déplacer vers la droite pendant que la vitesse augmente vers la droite. Lorsque l'on arrive au point B_2 la phase de glissement s'arrête et on passe à la phase d'adhérence.

Entre le point B_2 et B_1 on est sur la phase d'adhérence. La vitesse est alors constante vers la droite, et l'objet va se déplacer vers la droite jusqu'au point B_1 où la phase d'adhérence s'arrête.

56 – On nous indique dans le sujet que le portrait de phase est parcouru en la durée $T_0 = 1,0 \text{ s}$ fournie dans le sujet. La période du mouvement est donc $T_0 = 1,0 \text{ s}$.

Lors de la phase d'adhérence la vitesse est constante, on a donc : $T_a = \frac{d_{B_2 \rightarrow B_1}}{V}$.

La distance entre B_2 et B_1 peut s'obtenir sur le portrait de phase. On lit : $\omega_0 d_{B_2 \rightarrow B_1} = 1,10 - 0,48 = 0,62 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

En utilisant l'expression trouvée à la question 50, on a : $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$.

Donc : $T_a = \frac{d_{B_2 \rightarrow B_1}}{V} = \frac{\omega_0 d_{B_2 \rightarrow B_1}}{\omega_0 V} = \frac{T_0 \omega_0 d_{B_2 \rightarrow B_1}}{2\pi V}$. **AN.** $T_a = \frac{1,0 \times 0,62}{2\pi \times 1,0} = 9,9 \cdot 10^{-2} \text{ s}$.

Concernant la durée de la phase de glissement, il faut partir des informations fournies dans l'énoncé. On nous dit que le cercle complet est parcouru à vitesse angulaire constante en une durée $T_0 = 1,0 \text{ s}$. Il faut donc calculer la portion du cercle qui est parcourue sur le portrait de phase pour déterminer la durée recherchée.

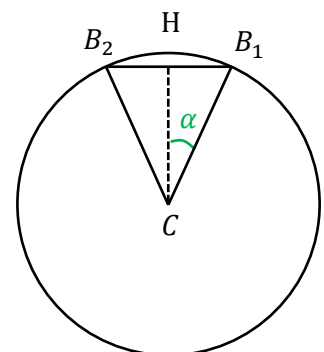
En utilisant le projeté orthogonal H du point C sur le segment $B_2 B_1$, on peut utiliser le triangle rectangle CHB_1 .

On a alors : $\alpha = \widehat{CHB_1} = \arctan\left(\frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}\right) = \arctan\left(\frac{HB_1}{CH}\right)$.

On mesure : $HB_1 = 0,31 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $CH = 0,99 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. **AN.** $\alpha = \arctan\left(\frac{0,31}{0,99}\right) = 17^\circ$

La portion de cercle parcourue est donc : $\frac{360 - 2 \times 17^\circ}{360^\circ} = 0,91$. Donc 91% du cercle est parcourue.

On détermine enfin la durée de la phase de glissement : $T_g = 0,91 \cdot T_0 = 0,91 \text{ s}$.



Il reste enfin à calculer la période du mouvement complet qui est la somme de la durée de la phase d'adhérence et de la durée de la phase de glissement. Donc : $T = T_a + T_g = 9,9 \cdot 10^{-2} + 0,91 = 1,0$ s.

57 – Le modèle étudié est pertinent pour comprendre le principe de l'archet sur la corde de violon, car il décrit également des phases d'adhérence et de glissement se succédant sur une période.

La masse m de l'objet sur le tapis roulant traduit l'inertie de l'objet. La correspondance se fait donc avec la masse de la corde de violon mise en mouvement.

La constante de raideur k traduit la force qui rappelle l'objet vers sa position d'équilibre. Dans le cas de la corde de violon, c'est la tension de la corde qui va ramener la corde à position d'équilibre. Pour faire correspondre les unités, on peut donc faire correspondre la constante de raideur k à la tension avec laquelle est tendue la corde de violon divisée par la distance $x = \beta L$ entre le chevalet et l'archet (en effet plus l'archet est proche du chevalet, plus pour une petite variation de position y de la corde, le rappel sera important).

La vitesse V du tapis roulant correspond naturellement à la vitesse v_a de l'archet, c'est-à-dire à la vitesse de déplacement de la corde lorsqu'elle est dans la phase d'adhérence.

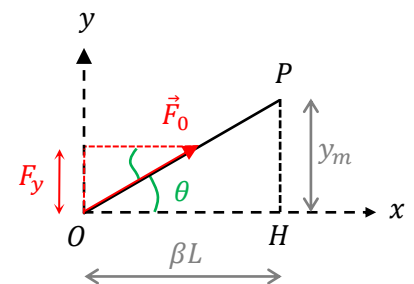
Les coefficients de frottements statique μ_s et dynamique μ_d de l'objet sur le tapis roulant correspondent naturellement aux coefficients de frottements statique μ_s et dynamique μ_d de la corde sur l'archet.

58 – Dans le cas du violon la phase d'adhérence est longue et la phase de glissement est courte. C'est exactement le contraire dans le modèle proposé.

De plus avec ce modèle on néglige la présence des harmoniques dans le mouvement de la corde qui sont pourtant à l'origine de la richesse du son du violon.

II.2.3) Mise en mouvement de la table d'harmonie

59 – On s'intéresse au cas de figure où le point P se situe sous l'archet. On est donc entre la phase de glissement et la phase d'adhérence et l'amplitude est maximale. On a donc le schéma ci-contre.



On réalise dans un premier temps la projection de la force \vec{F}_0 sur l'axe y .
On obtient : $F_y = F_0 \sin \theta$.

Dans le triangle OHP on peut utiliser les formules de trigonométrie.

On a alors : $\tan \theta = \frac{y_m}{\beta L}$.

Du fait que l'angle est petit on a : $\sin \theta \simeq \theta \simeq \tan \theta$. D'où : $F_y = F_0 \sin \theta \simeq F_0 \times \frac{y_m}{\beta L}$.

On utilise l'expression de l'amplitude obtenue dans la question 44 : $y_m = \frac{1}{2} v_a T (1 - \beta)$.

On obtient bien au final l'expression de l'énoncé : $F_y \simeq F_0 \frac{v_a T}{2L} \frac{1 - \beta}{\beta}$.

60 – On réalise l'application numérique de l'expression précédente.

AN. $F_y \simeq F_0 \frac{v_a T}{2L} \frac{1 - \beta}{\beta} = 51,2 \times \frac{0,20 \times 3,40 \cdot 10^{-3}}{2 \times 33 \cdot 10^{-2}} \times \frac{1 - 0,10}{0,10} = 0,47$ N.

La projection de la force est cent fois plus faible que la force de tension. L'ordre de grandeur de cette force est faible, il correspond à un poids de l'ordre de 50 g.

61 – L'intensité de la force dépend notamment de la vitesse de l'archet. Afin de produire un son plus puissant, le violoniste peut déplacer son archet plus rapidement.

62 – On observe sur le diagramme de Schelleng de la figure 16, que pour avoir un son brillant la zone est d'autant plus petite que l'on se trouve proche du chevalet (on regarde la zone entre les deux segments en pointillés sur la partie gauche du diagramme). Ainsi plus l'archet est proche du chevalet plus il faut être précis sur la force à appliquer pour avoir un son brillant.

Cela explique pourquoi seuls les violonistes aguerris, qui savent donc jauger la force qu'ils appliquent, peuvent jouer proche du chevalet.

63 – La transition amplifiée dans le laser hélium-néon a pour longueur d'onde $\lambda_0 = 633 \text{ nm}$.

On part de l'équation de Planck-Einstein : $E = h\nu$ avec $\nu = \frac{c}{\lambda}$ la fréquence du rayonnement.

$$\text{On a donc : } E_0 = \frac{hc}{\lambda_0}. \quad \text{AN. } E_0 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \times 3,00 \cdot 10^8}{633 \cdot 10^{-9}} = 3,14 \cdot 10^{-19} \text{ J.}$$

Sachant que la conversion électronvolts-joules est : $1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, on trouve au final : $E_0 = 1,96 \text{ eV}$.

Un rayonnement de longueur d'onde 633 nm est un rayonnement rouge. Le laser hélium-néon émet donc une lumière de couleur rouge.

On utilise un laser pour réaliser des interférences car un faisceau laser est cohérent, intense et directionnel.

64 – Le décalage de fréquence δf vient de l'effet Doppler-Fizeau. Comme autre application de ce phénomène, on peut citer les radars pour contrôler la vitesse des voitures sur la route, ou encore la perception d'une sirène de voiture lorsque celle-ci s'approche puis s'éloigne d'un observateur.

65 – On nous fournit les expressions des deux signaux de référence et réfléchi.

$$\text{On a : } s_0(t) = s_m \cos(2\pi f_0 t) \text{ et } s_r(t) = s_m \cos(2\pi f_r t) \text{ avec } f_r = f_0 + \delta f \text{ et } \delta f = 2f_0 \frac{v}{c}.$$

Le signal obtenu est la somme des deux signaux qui interfèrent.

$$\text{On a donc : } s(t) = s_0(t) + s_r(t) = s_m \cos(2\pi f_0 t) + s_m \cos(2\pi f_r t) = s_m \cdot (\cos(2\pi f_0 t) + \cos(2\pi f_r t)).$$

$$\text{Or les formules de trigonométrie permettent d'écrire : } \cos a + \cos b = \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \times \cos\left(\frac{a-b}{2}\right).$$

$$\text{Donc ici : } s(t) = s_m \times \cos\left(\frac{2\pi f_0 t + 2\pi f_r t}{2}\right) \times \cos\left(\frac{2\pi f_0 t - 2\pi f_r t}{2}\right) = s_m \times \cos\left(2\pi\left(f_0 + \frac{\delta f}{2}\right)t\right) \times \cos(\pi \delta f t).$$

Le cosinus $\cos\left(2\pi\left(f_0 + \frac{\delta f}{2}\right)t\right)$ correspond à la variation rapide, qui ressemble à celle des deux signaux d'origine.

Le $\cos(\pi \delta f t)$ correspond à la variation lente dont la période est $2T$ puisque la période T fournie dans l'énoncé correspond bien à une seule « bosse » du cosinus lent.

La période du cosinus correspond à une variation de 2π de l'argument, donc $\pi \delta f \times 2T = 2\pi$, donc $\delta f = \frac{1}{T}$.

$$\text{En remplaçant avec l'expression de } \delta f, \text{ on a : } 2f_0 \frac{v}{c} = \frac{1}{T}.$$

$$\text{Et en isolant la vitesse, on a : } v = \frac{c}{2Tf_0} = \frac{\lambda_0}{2T}. \quad \text{AN. } v = \frac{633 \cdot 10^{-9}}{2 \times 97,25 \cdot 10^{-6}} = 3,25 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 3,25 \cdot \text{mm} \cdot \text{s}^{-1}.$$

On trouve bien une vitesse faible qui est cohérente avec la méthode utilisée, adaptée aux vitesses comprises entre $0,01 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et quelques dizaines de mètres par seconde.

FIN DE LA CORRECTION