

**CONCOURS GÉNÉRAL DES LYCÉES
SESSION 2018
COMPOSITION DE PHYSIQUE-CHIMIE
CORRECTION**

Partie A – Objectif Mars

A.I. D'où décoller depuis la Terre ?

1) Le lanceur est posé sur Terre et il est immobile à sa surface. Il a donc la même vitesse angulaire que la Terre, c'est-à-dire qu'il réalise une rotation complète en 24h.

On a donc : $\Omega = \frac{2\pi}{24 \text{ h}} = \frac{2\pi}{24 \times 60 \times 60} = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$.

2) Connaissant la vitesse angulaire du mouvement, la vitesse du lanceur se calcule à l'aide du rayon du mouvement circulaire : $r = R_T \times \sin \lambda$.

Ainsi on a : $v = r \times \Omega = R_T \cos \lambda \times \Omega$.

3) Afin d'avoir une vitesse maximale il faut avoir le terme $\cos \lambda$ maximal également. Ce qui revient à avoir $\lambda = 0$. Ainsi afin de maximiser la vitesse de lancement il faut être sur les latitudes les plus faibles, idéalement sur l'équateur terrestre.

A.II. Décollage

4) La propulsion du lanceur repose sur le principe de la conservation de la quantité de mouvement. Ainsi une éjection de masse vers le bas produit une poussée vers le haut pour le propulseur.

5) Les deux réservoirs du premier étage contiennent 840 tonnes de dioxygène et 140 tonnes de dihydrogène.

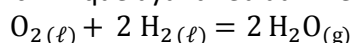
Pour passer de la masse à la quantité de matière il faut utiliser la formule : $n = \frac{m}{M}$.

Pour le dioxygène : $n_{\text{O}_2} = \frac{m_{\text{O}_2}}{M_{\text{O}_2}} = \frac{m_{\text{O}_2}}{2 M_{\text{O}}}} = \frac{840 \cdot 10^6}{2 \times 16,0} = 2,63 \cdot 10^7 \text{ mol}$.

Pour le dihydrogène : $n_{\text{H}_2} = \frac{m_{\text{H}_2}}{M_{\text{H}_2}} = \frac{m_{\text{H}_2}}{2 M_{\text{H}}}} = \frac{140 \cdot 10^6}{2 \times 1,0} = 7,0 \cdot 10^7 \text{ mol}$.

Ainsi les deux réservoirs du premier étage contiennent $2,63 \cdot 10^7 \text{ mol}$ de dioxygène et $7,0 \cdot 10^7 \text{ mol}$ de dihydrogène.

6) L'équation modélisant la transformation chimique ayant lieu au niveau du premier étage est la suivante :



7) Avec les nombres stœchiométriques de la réaction la quantité de matière de dioxygène contenue dans les réservoirs peut faire réagir $2 \times 2,63 \cdot 10^7 = 5,26 \cdot 10^7 \text{ mol}$ de dihydrogène.

Le dioxygène est donc le réactif limitant. Ainsi il va se former $2 \times 2,63 \cdot 10^7 = 5,26 \cdot 10^7 \text{ mol}$ d'eau au maximum.

Pour passer à la masse on fait le calcul suivant : $m_{\text{H}_2\text{O}} = n_{\text{H}_2\text{O}} \times M_{\text{H}_2\text{O}} = n_{\text{H}_2\text{O}} \times (2 M_{\text{H}} + M_{\text{O}})$.

Donc : $m_{\text{H}_2\text{O}} = 5,26 \cdot 10^7 \times (2 \times 1,0 + 16,0) = 9,47 \cdot 10^8 \text{ g} = 947 \text{ tonnes}$.

Au maximum il s'échappe 947 tonnes de vapeur d'eau pendant la durée de propulsion du premier étage.

8) Par définition du débit massique est donnée par la formule de l'énoncé : $q_m = \frac{dm_g}{dt}$.

Dans le cas d'un débit massique constant, cette formule devient : $q_m = \frac{\Delta m_g}{\Delta t}$.

On a calculé la masse éjectée dans la question précédente : $\Delta m_g = 947 \text{ tonnes}$.

La durée d'éjection est donnée dans les annexes : $\Delta t = 480 \text{ s}$.

Le calcul du débit massique donne donc : $q_m = \frac{\Delta m_g}{\Delta t} = \frac{9,47 \cdot 10^5}{480} = 1,97 \cdot 10^3 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$.

Ainsi on retrouve bien la valeur indiquée dans l'énoncé.

9) Pour calculer l'accélération initiale du lanceur, on étudie le système {fusée complète} dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

La deuxième loi de Newton permet d'écrire : $\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{F}$.

Ici on considère la force de poussée \vec{F} et le poids \vec{P} .

Ce qui donne à l'instant initial : $m(0) \cdot \vec{a}(0) = \vec{F} + \vec{P}$ (cf. document 3).

La force de poussée s'écrit : $\vec{F} = \vec{F}_{\text{étage 1}} + 2 \cdot \vec{F}_{\text{booster}} = -q_m \cdot \vec{v}_e + 2 \cdot \vec{F}_{\text{booster}}$.

D'où : $m(0) \cdot \vec{a}(0) = -q_m \cdot \vec{v}_e + 2 \cdot \vec{F}_{\text{booster}} + m(0) \cdot \vec{g}$.

En utilisant la formule donnée dans le document 4, on tire : $v_e = Isp \times g$.

Ainsi finalement : $a(0) = \frac{q_m \cdot Isp \cdot g + 2 \cdot F_{\text{booster}}}{m(0)} - g$.

On trouve les données numériques dans le sujet :

$q_m = 1,97 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$; $Isp = 360 \text{ s}$; $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $m(0) = 2700 \text{ tonnes}$; $F_{\text{booster}} = 16\,000 \text{ kN}$.

L'application numérique donne donc : $a(0) = \frac{q_m \cdot Isp \cdot g}{m(0)} = \frac{1,97 \cdot 10^3 \times 360 \times 9,81 + 2 \times 16\,000 \cdot 10^3}{2700 \cdot 10^3} - 9,81 = 4,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

La valeur de l'accélération initiale n'est pas très importante, mais rapportée à la masse très importante du lanceur l'accélération devient importante.

A.III. La phase de vol vertical

10) On nous donne la formule : $q_m = -\frac{dm}{dt}$. On a donc : $m(t) = -\int q_m dt$.

Or on sait que le débit massique q_m est constant.

L'intégrale donne donc : $m(t) = m_0 - q_m t = m_0 \left(1 - \frac{q_m}{m_0} t\right)$.

En utilisant la notation $\delta = \frac{q_m}{m_0}$ on obtient l'expression : $m(t) = m_0(1 - \delta t)$.

11) L'équation de Tsiolkovski corrigée fait apparaître le terme $-gt$ qui correspond à la prise en compte du poids.

12) La vitesse de propulsion v_f obtenue avant le détachement des boosters correspond à la vitesse au bout du temps T de combustion des booster : $v_f = v(T)$.

Ainsi : $v_f = v(T) = v_0 + v_e \ln\left(\frac{m_0}{m(T)}\right) - gT$.

Comme il n'y a pas de vitesse initiale, on a : $v_0 = 0$. D'où $v_f = v_e \ln\left(\frac{m_0}{m(T)}\right) - gT$.

Et en notant $m_f = m(T)$, on obtient finalement : $v_f = v_e \ln\left(\frac{m_0}{m_f}\right) - gT$.

13) Pour avoir une vitesse de propulsion la plus élevée possible on peut jouer sur plusieurs paramètres :

- la vitesse d'éjection des gaz v_e qui doit être plus importante pour avoir une propulsion plus importante,
- le produit δT qui doit être le plus proche possible de 1, pour cela on peut jouer sur la durée de la phase de combustion T , sur le débit massique de gaz q_m ou encore sur la masse totale du lanceur m_0 .

14) On reprend la formule déjà utilisée dans la question 9. : $v_e = Isp \times g$.

Le calcul donne : $v_e = Isp \times g = 270 \times 9,81 = 2,65 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 2,65 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

La vitesse d'éjection des gaz est donc de $2,65 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

15) On reprend la formule de la question 12 : $v_f = v_e \ln\left(\frac{m_0}{m_f}\right) - gT$.

Avec $v_e = 2,65 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $m_0 = 2700 \text{ tonnes}$; $m_f = m_0 - m_{\text{éjectée}} = 2700 - 630 \times 2 = 1440 \text{ tonnes}$; $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $T = 130 \text{ s}$.

L'application numérique donne : $v_f = 2,65 \cdot 10^3 \times \ln\left(\frac{2700}{1440}\right) - 9,81 \times 130 = 391 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Pour le calcul de l'altitude on reprend la formule fournie : $z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + \frac{v_e}{\delta} \left(-\frac{m(t)}{m_0} \ln\left(\frac{m_0}{m(t)}\right) + \delta t\right) + z_0$.

Il faut calculer $\delta = \frac{q_m}{m_0}$ pour le booster pour lequel nous n'avons pas le débit massique.

On utilise alors l'équation du document 4 : $q_m = \frac{F}{I_{sp} \times g}$. D'où : $\delta = \frac{F}{I_{sp} \times g \times m_0}$.

On obtient alors : $h_f = z(T) = -\frac{1}{2}gT^2 + 0 + v_e \frac{I_{sp} \times g \times m_0}{F} \left(-\frac{m_f}{m_0} \ln \left(\frac{m_0}{m_f} \right) + \frac{F}{I_{sp} \times g \times m_0} T \right) + 0$.

Pour les boosters : $F = 2 \times 16000 \cdot 10^3 \text{ N}$ et $I_{sp} = 270 \text{ s}$.

L'application numérique donne :

$$h_f = -\frac{1}{2} \times 9,81 \times 130^2 + 2,65 \cdot 10^3 \times \frac{270 \times 9,81 \times 2700 \cdot 10^3}{2 \times 16000 \cdot 10^3} \times \left(-\frac{1440}{2700} \ln \left(\frac{2700}{1440} \right) + \frac{2 \times 16000 \cdot 10^3}{270 \times 9,81 \times 2700 \cdot 10^3} \times 130 \right) = 229 \cdot 10^3 \text{ m.}$$

Juste avant le détachement des boosters on a donc la vitesse $v_f = 391 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et la fusée est à $h_f = 229 \text{ km}$ d'altitude.

16) Parmi les hypothèses formulées il y a la consommation totale des propergols et l'absence de forces de frottements. Ces hypothèses ont pour conséquences de calculer des valeurs v_f et h_f plus grandes que la réalité.

17) L'intérêt d'une fusée à étage est de pouvoir différencier différentes accélérations tout en diminuant la masse de l'ensemble au cours de la montée. La première accélération permet d'avoir une vitesse relativement faible afin de décoller mais en minimisant les frottements de l'atmosphère. La deuxième accélération permet d'avoir une vitesse plus importante une fois que l'atmosphère ne génère plus de trop grands frottements.

A.IV. La mise en orbite du module d'exploration autour de la Terre

18) Le module est soumis à la force de gravitation terrestre.

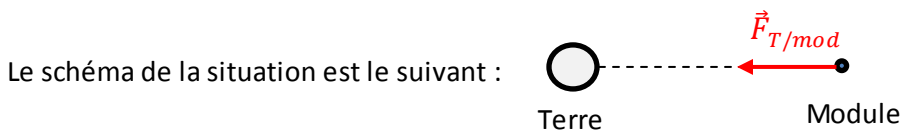
L'intensité de la force a pour expression : $F_{T/mod} = G \cdot \frac{M_T \cdot m_{mod}}{d_{T-mod}^2}$ et elle est dirigée du module vers la Terre

où m_{mod} note la masse du module.

d_{T-mod} note la distance entre le module et le centre de la Terre.

On peut également écrire la force sous sa forme vectorielle : $\vec{F}_{T/mod} = G \cdot \frac{M_T \cdot m_{mod}}{d_{T-mod}^2} \cdot \vec{e}_{T-mod}$

Où \vec{e}_{T-mod} note le vecteur unitaire allant du centre de la Terre vers le module.



19) L'accélération est qualifiée de centripète car elle est dirigée vers le centre du cercle décrit par l'orbite du module. Pour déterminer son expression on utilise la deuxième loi de Newton appliquée au module dans le référentiel géocentrique considéré comme galiléen : $m_{mod} \cdot \vec{a} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m_{mod}}{d_{T-mod}^2} \cdot \vec{e}_{T-mod}$.

D'où en simplifiant l'expression : $\vec{a} = -\frac{G \cdot M_T}{d_{T-mod}^2} \cdot \vec{e}_{T-mod} = -\frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2} \cdot \vec{e}_{T-mod}$.

20) Dans le cas d'un mouvement circulaire il est rappelé en annexe que le vecteur accélération s'exprime dans le repère de Frenet : $\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{e}_t + \frac{v^2}{R} \vec{e}_N$.

Dans le cas présent l'accélération est centripète, on a donc $\frac{dv}{dt} = 0$ et ainsi on prouve que la vitesse est constante.

La seconde composante donne : $\frac{v_1^2}{R_T + h} = a = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2}$.

D'où l'on tire : $v_1 = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}}$. On calcule sa valeur : $v_1 = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \times 5,98 \cdot 10^{24}}{6370 \cdot 10^3 + 5800 \cdot 10^3}} = 5,72 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 5,72 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

21) L'énergie mécanique d'un point matériel est définie comme la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de ce point.

Cela donne ici : $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{G \cdot m \cdot M_T}{r}$.

À l'altitude h , le module a l'énergie : $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{G \cdot m \cdot M_T}{R_T + h}$.

Une fois libéré, le module n'a plus d'énergie potentielle : $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + 0$.

Si de plus, on lui donne juste l'énergie nécessaire pour se libérer de l'attraction terrestre, le module a une vitesse nulle une fois libéré. D'où : $E_m = 0$.

On appelle v_2 la vitesse de libération, et on a ainsi l'égalité : $\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{G \cdot m \cdot M_T}{R_T + h} = 0$.

En isolant la vitesse, on obtient : $v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_T}{R_T + h}}$.

On calcule sa valeur : $v_2 = \sqrt{\frac{2 \times 6,67 \cdot 10^{-11} \times 5,98 \cdot 10^{24}}{6370 \cdot 10^3 + 5800 \cdot 10^3}} = 8,10 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 8,10 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

A.V. Orbite de transfert

22) On utilise la troisième loi de Kepler sur l'orbite de transfert.

On a alors l'expression : $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM_S}$ avec le demi-grand axe $a = \frac{d_{MS} + d_{TS}}{2}$.

La durée du trajet de A vers P correspond à la moitié de la trajectoire de l'orbite de transfert.

D'où : $t_{A \rightarrow P} = \frac{T}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{GM_S}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{(d_{MS} + d_{TS})^3}{2GM_S}}$.

AN. $t_{A \rightarrow P} = \frac{\pi}{2} \times \sqrt{\frac{(228 \cdot 10^9 + 150 \cdot 10^9)^3}{2 \times 6,67 \cdot 10^{-11} \times 1,99 \cdot 10^{30}}} = 2,24 \cdot 10^7 \text{ s} (= 259 \text{ jours})$.

On calcule la vitesse de Mars sur son orbite : $v_M = \frac{P_M}{T_M} = 2\pi d_{MS} \times \sqrt{\frac{GM_S}{4\pi^2 d_{MS}^3}} = \sqrt{\frac{GM_S}{d_{MS}}}$.

AN. $v_M = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \times 1,99 \cdot 10^{30}}{228 \cdot 10^9}} = 2,41 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} (= 24,1 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1})$.

On calcule alors la distance parcourue par Mars durant la durée du trajet.

$d = v_M \times t_{A \rightarrow P} = 2,41 \cdot 10^4 \times 2,24 \cdot 10^7 = 5,41 \cdot 10^{11} \text{ m}$ (calcul avec les valeurs exactes).

On calcule enfin l'angle Terre-Soleil-Mars par proportionnalité de la distance parcourue par rapport à la longueur de

l'orbite de Mars : $\theta = 2\pi \times \frac{d}{P_M} = \frac{v_M \times t_{A \rightarrow P}}{d_{MS}} = \frac{2,41 \cdot 10^4 \times 2,24 \cdot 10^7}{228 \cdot 10^9} = 2,37 \text{ rad} (= 136^\circ)$.

Partie B – Vers des nouveaux propergols

B.I. Le nitrate d'hydroxylammonium HAN

23) Les argols solides sont faciles à stocker et facile à manipuler.

24) De forts tonnages de perchlorate d'ammonium génèrent de grandes quantités d'acide chlorhydrique qui peuvent contribuer à la production de pluies acides dangereuses pour l'environnement.

25) Les pictogrammes de sécurité associés à l'hydrazine nous indiquent qu'elle est corrosive, toxique et qu'elle atteint à la vie. Il est donc justifié de vouloir la remplacer par d'autres espèces chimiques moins nocives.

26) La cohésion du HAN s'explique par la présence de liaisons ioniques et de liaisons hydrogènes.

27) L'eau est un solvant polaire, elle va donc favoriser la solubilisation des espèces ioniques.

L'eau est un solvant protique, elle va donc favoriser la solubilisation des espèces pouvant former des liaisons hydrogènes.

Le HAN est une espèce ionique pouvant former des liaisons hydrogènes, cela justifie sa grande solubilité dans l'eau.

28) La réaction entre l'hydroxylamine et l'acide nitrique s'écrit : $\text{HN}_2\text{OH} + \text{HNO}_3 \rightarrow \text{HN}_3\text{OH}^+ + \text{NO}_3^-$.

On calcule la masse initiale en hydroxylamine : $m(\text{HN}_2\text{OH})_i = 50\% \times 30,28 = 15,14 \text{ g}$.

On calcule la masse molaire de l'hydroxylamine : $M(\text{HN}_2\text{OH}) = 1 \times M_{\text{N}} + 3 \times M_{\text{H}} + 1 \times M_{\text{O}}$.

$M(\text{HN}_2\text{OH}) = 1 \times 14,0 + 3 \times 1,0 + 1 \times 16,0 = 33,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

On calcule la quantité de matière initiale en hydroxylamine : $n(\text{HN}_2\text{OH})_i = \frac{m(\text{HN}_2\text{OH})_i}{M(\text{HN}_2\text{OH})} = \frac{15,14}{33,0} = 0,459 \text{ mol}$.

Pour être dans les proportions stœchiométriques il faut une quantité en acide nitrique égale à la quantité initiale d'hydroxylamine : $n(\text{HNO}_3) = n(\text{HN}_2\text{OH})_i = 0,459 \text{ mol}$.

On calcule la masse molaire de l'acide nitrique : $M(\text{HNO}_3) = 1 \times M_{\text{N}} + 1 \times M_{\text{H}} + 3 \times M_{\text{O}}$.

$M(\text{HNO}_3) = 1 \times 14,0 + 1 \times 1,0 + 3 \times 16,0 = 63,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

On calcule la masse en acide nitrique nécessaire : $m(\text{HNO}_3) = n(\text{HNO}_3) \times M(\text{HNO}_3) = 0,459 \times 63,0 = 28,9 \text{ g}$.

L'acide est à 65% en masse, on calcule donc la masse d'acide : $m_{\text{acide}} = \frac{m(\text{HNO}_3)}{65\%} = \frac{28,9}{0,65} = 44,5 \text{ g}$.

On en déduit enfin le volume : $V_{\text{acide}} = \frac{m_{\text{acide}}}{\rho_{\text{acide}}} = \frac{44,5}{1,40} = 31,8 \text{ mL}$.

Il faut donc un volume de 31,8 mL d'acide.

L'ajout de l'acide goutte à goutte se fait à basse température car la réaction est exothermique et il faut éviter que la réaction soit trop violente.

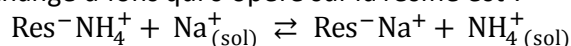
B.II. L'azoture d'ammonium AA

29) L'annexe donnant les impulsions spécifiques des ergols permet de voir que l'association des deux ergols présentes une impulsions spécifiques plus importante (jusqu'à 342 s) que les deux ergols séparés (215 s pour l'azoture d'ammonium et 227 s pour le nitrate d'hydroxylammonium).

30) Dans l'annexe donnant les impulsions spécifiques des ergols on remarque que l'impulsion spécifique du mélange HAN et AA est d'autant plus importante qu'il y a peu d'eau. Leur forte solubilité dans l'eau permet donc de les dissoudre facilement dans un minimum d'eau et donc d'avoir une impulsion spécifique plus importante.

B.II.1. Première méthode de préparation

31) L'équation de la réaction d'échange d'ions qui s'opère sur la résine est :



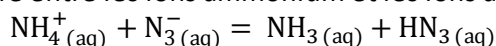
32) Pour un couple acide/base $\text{AH}_{(\text{aq})}/\text{A}^-_{(\text{aq})}$, on définit le pK_a comme la constante d'acidité de la réaction de l'acide avec l'eau : $\text{AH}_{(\text{aq})} + \text{H}_2\text{O}_{(\ell)} = \text{A}^-_{(\text{aq})} + \text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})}$.

On a donc : $\text{pK}_a = -\log\left(\frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}} \times [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{AH}]_{\text{éq}}}\right)$.

On rappelle la définition du pH : $\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+]$.

On en déduit la relation demandée : $\text{pK}_a = \text{pH} - \log\left(\frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}}}{[\text{AH}]_{\text{éq}}}\right)$.

33) La réaction qui se produit est celle entre les ions ammonium et les ions azoture :



34) On écrit la constante de réaction de la réaction précédente : $K = \frac{[\text{NH}_3]_{\text{éq}} \times [\text{HN}_3]_{\text{éq}}}{[\text{NH}_4^+]_{\text{éq}} \times [\text{N}_3^-]_{\text{éq}}}$.

On peut réécrire cela : $K = \frac{[\text{NH}_3]_{\text{éq}} \times [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{NH}_4^+]_{\text{éq}}} \times \frac{[\text{HN}_3]_{\text{éq}}}{[\text{N}_3^-]_{\text{éq}} \times [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}$.

On reconnaît les définitions de K_{A1} et de K_{A2} avec : $K_{A1} = \frac{[\text{NH}_3]_{\text{éq}} \times [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{NH}_4^+]_{\text{éq}}}$ et $K_{A2} = \frac{[\text{N}_3^-]_{\text{éq}} \times [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{HN}_3]_{\text{éq}}}$

D'où : $K = \frac{K_{A1}}{K_{A2}} = 10^{pK_{A2} - pK_{A1}} = 10^{4,7 - 9,2} = 10^{-4,5}$.

On écrit le tableau d'avancement de la réaction étudiée.

<u>conc.</u>	$\text{NH}_4^+(\text{aq})$	+	$\text{N}_3^-(\text{aq})$	→	$\text{NH}_3(\text{aq})$	+	$\text{HN}_3(\text{aq})$	$K = \frac{K_{A1}}{K_{A2}} = 10^{-4,5}$
E.I.	c_0		c_0		0		0	
E.F.	$c_0 - x$		$c_0 - x$		x		x	

Ici la réaction est peu avancée car K est petit devant 1, on a donc $c_0 - x \simeq c_0$.

On peut donc écrire : $K = \frac{x^2}{c_0^2}$. D'où l'on tire : $x = c_0 \cdot \sqrt{K}$.

En reprenant la formule de la question 32 : $\text{pH} = pK_{A1} + \log\left(\frac{[\text{NH}_3]_{\text{éq}}}{[\text{NH}_4^+]_{\text{éq}}}\right)$.

En remplaçant par les expressions trouvées à partir du tableau d'avancement :

$$\text{pH} = pK_{A1} + \log\left(\frac{x}{c_0}\right) = pK_{A1} + \log\left(\frac{c_0 \cdot \sqrt{K}}{c_0}\right) = pK_{A1} + \log(\sqrt{K}) = pK_{A1} + \frac{1}{2} \cdot \log(K).$$

AN. $\text{pH} = 9,2 + \frac{1}{2} \cdot \log(10^{-4,5}) = 9,2 - \frac{4,5}{2} = 7,0$.

On trouve un pH valant 7,0 pour le mélange étudié.

35) La solution utilisée pour fabriquer l'éluat est une solution d'azoture de sodium (N_3^- ; Na^+). Il y a donc la même quantité de matière d'ions azoture que d'ions sodium dans la solution.

Lors du passage à travers la résine échangeuse d'ions les ions sodium sont échangés par les ions ammonium ion par ion si on considère que le coefficient de rétention de la résine est proche de 1. En sortie de la résine on a donc la quantité en ions ammonium égale à celle d'ions sodium en entrée.

Ainsi l'éluat est un mélange stœchiométrique d'ions azoture et d'ions ammonium. D'après la question précédente, son pH reste donc à 7,0 pendant tout le passage de l'éluat (jusqu'à 15,0 mL).

Au déjà de 15,0 mL, on dilue l'éluat avec de l'eau distillée, son pH reste toujours à 7,0.

Cela confirme ce que l'on observe sur la courbe de la figure 2.

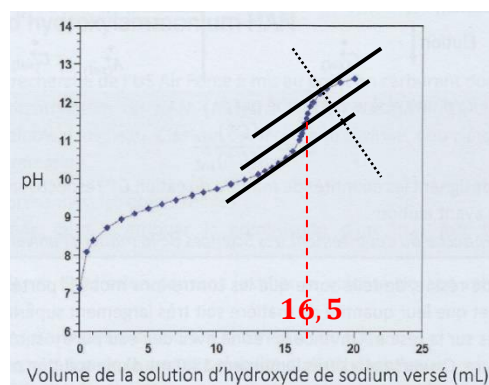
36) Il n'est pas possible d'utiliser un suivi du pH pour déterminer la fin de l'éluat car le pH reste constant à la valeur de 7 durant toute l'éluat. Puis après éluat, la dilution conserve cette valeur de 7.

37) On peut imaginer deux méthodes pour déterminer la fin de l'éluat.

On peut utiliser une méthode de test de présence d'ion sodium utilisant un fil de fer et une flamme de bec Bunsen.

On peut également utiliser un suivi conductimétrique car les conductivités ioniques des ions sodium et des ions ammonium sont différentes.

38) Par lecture graphique on détermine le volume équivalent du dosage réalisé en utilisant la méthode des tangentes.



On trouve $V_{\text{éq}} = 16,5 \text{ mL} = 16,5 \cdot 10^{-3} \text{ L}$.

À l'équivalence, la quantité d'hydroxyde de sodium versé est exactement égale à la quantité d'ions ammonium présents initialement dans la solution. On a donc : $n_1 = n(\text{NH}_4^+) = n(\text{HO}^-)_{\text{éq}} = C_B \times V_{\text{éq}}$.

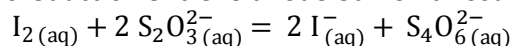
AN. $n_1 = 1,00 \times 16,5 \cdot 10^{-3} = 16,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$.

39) On a versé un volume V_{I_2} d'une solution de diiode à la concentration C_{I_2} , on a donc : $n_{I_2, \text{versé}} = C_{I_2} \times V_{I_2}$.
Le diiode va réagir avec l'ion azoture selon la réaction fournie : $2 \text{N}_3^-(\text{aq}) + \text{I}_2(\text{aq}) = 3 \text{N}_2(\text{aq}) + \text{I}^-(\text{aq})$.

La stœchiométrie de la réaction permet donc d'écrire : $n_{I_2, \text{excés}} = n_{I_2, \text{versé}} - n_{I_2, \text{réagi}} = n_{I_2, \text{versé}} - \frac{n_{0, \text{N}_3^-}}{2}$.

D'où finalement : $n_{I_2, \text{excés}} = C_{I_2} \cdot V_{I_2} - \frac{n_{0, \text{N}_3^-}}{2}$.

40) L'équation de la réaction d'oxydoréduction entre le diiode et l'ion thiosulfate s'écrit :



41) À l'équivalence du dosage, la quantité d'ions thiosulfate versée est exactement égale à la quantité de diiode présents initialement dans la solution, ce qui correspond à la quantité de diiode en excès.

On a donc : $n_{I_2, \text{excés}} = \frac{1}{2} \cdot n(\text{S}_2\text{O}_3^{2-})_{\text{éq}} = \frac{C_{\text{thio}} \cdot V_{\text{éq}}}{2}$.

42) On isole la quantité de matière en ions azoture dans l'expression de la question 39.

On obtient alors : $n_{0, \text{N}_3^-} = 2 \cdot (C_{I_2} \cdot V_{I_2} - n_{I_2, \text{excés}}) = 2 \cdot (C_{I_2} \cdot V_{I_2} - \frac{C_{\text{thio}} \cdot V_{\text{éq}}}{2}) = 2 \cdot C_{I_2} \cdot V_{I_2} - C_{\text{thio}} \cdot V_{\text{éq}}$.

On trouve ainsi la quantité en ions azoture dans le volume V_{A2} qui correspond au cinquième du volume total de l'éluat. Finalement la quantité de matière initiale en ions azoture dans les 10,0 mL d'éluat est donné par l'expression : $n_{\text{N}_3^-, \text{éluat}} = 5 \cdot n_{0, \text{N}_3^-} = 10 \cdot C_{I_2} \cdot V_{I_2} - 5 \cdot C_{\text{thio}} \cdot V_{\text{éq}}$.

AN. $n_{\text{N}_3^-, \text{éluat}} = 10 \times 5,0 \cdot 10^{-2} \times 100,0 \cdot 10^{-3} - 5 \times 5,0 \cdot 10^{-1} \times 11,0 \cdot 10^{-3} = 23 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$.

La quantité de matière initiale en ions azoture dans les 10,0 mL d'éluat est de 23 mmol.

43) Le document 9 nous donne la définition du coefficient de rétention de la résine : $k_r = \frac{(n_{\text{Na}^+})_{\text{res}}}{(n_{\text{Na}^+})_{\text{sol}}}$.

Or le fonctionnement de la résine permet de dire que : $(n_{\text{Na}^+})_{\text{res}} = (n_{\text{NH}_4^+})_{\text{sol}} = n_1$.

On a donc : $k_r = \frac{n_1}{(n_{\text{Na}^+})_{\text{sol}}}$.

Par électroneutralité de la solution avant élution on sait que : $(n_{\text{Na}^+})_{\text{sol}} = n_{\text{N}_3^-, \text{éluat}}$.

En remplaçant : $k_r = \frac{n_1}{n_{\text{N}_3^-, \text{éluat}}}$.

AN. $k_r = \frac{16,5 \cdot 10^{-3}}{23 \cdot 10^{-3}} = 0,72$.

Le coefficient de rétention de la résine est de 72%. Une part non négligeable des ions sodium ne sont donc pas échangés.

Remarque : cette valeur remet en cause le raisonnement de la question 35.

B.II.2. Seconde méthode de préparation

44) Au cours des étapes de fabrication, l'opérateur manipule de l'acide concentré et de l'ammoniac chauffé, il doit être porter une blouse, des lunettes, des gants et se placer sous hotte pour les prélèvements des réactifs.

45) La mise en solution de l'azoture de sodium correspond à une dissolution.

L'équation est donc : $\text{NaN}_3(\text{s}) \xrightarrow{\text{H}_2\text{O}} \text{Na}^+(\text{aq}) + \text{N}_3^-(\text{aq})$.

Remarque : on pourrait également citer la réaction acidobasique de l'ion azoture avec l'eau :

$\text{N}_3^-(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\ell) = \text{HN}_3(\text{aq}) + \text{HO}^-(\text{aq})$; mais c'est une réaction très peu avancée.

46) La réaction de l'étape 3 est la suivante : $\text{H}_2\text{SO}_4(\ell) + 2 \text{H}_2\text{O}(\ell) \rightarrow \text{SO}_4^{2-}(\text{aq}) + 2 \text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})$.

Comme l'acide sulfurique est un acide fort, il y a dissociation totale de l'acide dans l'eau.

Il va également avoir formation de l'acide hydrazoïque selon la réaction : $\text{N}_3^-(\text{aq}) + \text{H}_3\text{O}^+(\text{aq}) \rightarrow \text{HN}_3(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\ell)$.

47) L'opération réalisée à l'étape 4 est une distillation.

48) Dans les annexes, il nous est dit que l'acide hydrazoïque est facilement inflammable s'il est chauffé modérément. Ainsi le bain d'eau glacé permet d'éviter une inflammation de l'espèce.

49) L'étape 5 est la mise en présence de l'acide hydrazoïque avec des vapeurs d'ammoniac pour former l'azoture d'ammonium. La réaction est donc : $\text{NH}_3(\text{aq}) + \text{HN}_3(\text{g}) = \text{N}_3^-(\text{ét}) + \text{NH}_4^+(\text{ét})$.

50) Pour identifier l'espèce synthétiser, on utilise le spectre infrarouge fourni sur la figure 6.

En annexe on nous donne une table réduite des nombres d'onde associés à l'ammonium de l'azoture d'ammonium : 1403 cm^{-1} ; 1810 cm^{-1} ; 2846 cm^{-1} ; 3130 cm^{-1} .

Sur le spectre on retrouve bien ces 4 pics là, on a donc bien synthétisé l'azoture d'ammonium souhaité.

51) Le rendement est défini comme le rapport de la masse obtenue sur la masse maximale théoriquement obtenue.

On a donc : $\eta = \frac{m_f}{m_{th}}$.

La masse finale nous est donnée dans l'énoncé : $m_f = 3,21 \text{ g}$.

Calculons la masse maximale théorique en partant de la masse initiale en azoture de sodium : $m(\text{NaN}_3) = 4,46 \text{ g}$.

Calculons la quantité de matière correspondante : $n(\text{NaN}_3) = \frac{m(\text{NaN}_3)}{M(\text{NaN}_3)} = \frac{4,46}{23,0+3 \times 14,0} = 6,86 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$.

D'après la question 45 : $n(\text{N}_3^-) = n(\text{NaN}_3) = 6,86 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$.

La synthèse d'acide hydrazoïque se fait mole à mole (question 46) : $n(\text{HN}_3) = n(\text{N}_3^-) = 6,86 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$.

Dans l'étape 5, l'ammoniac est mis en excès, on peut donc considérer la réaction comme théoriquement totale.

L'équation se faisait mole à mole, on a : $n(\text{AA}) = n(\text{HN}_3) = 6,86 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$.

Il suffit alors de calculer la masse correspondante : $m_f = n(\text{AA}) \times M(\text{AA})$.

On calcule la masse molaire : $M(\text{AA}) = 4 \cdot M_{\text{H}} + 4 \cdot M_{\text{N}} = 4 \times 1,0 + 4 \times 14,0 = 60,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

D'où : $m_f = n(\text{AA}) \times M(\text{AA}) = 6,86 \cdot 10^{-2} \times 60,0 = 4,12 \text{ g}$.

Finalement le rendement est : $\eta = \frac{m_f}{m_{th}} = \frac{3,21}{4,12} = 0,779$.

Le rendement de la réaction est de 77,9%.

52) La première méthode est plus simple, mais elle fait appel à une résine échangeuse d'ions qu'il faut fabriquer à chaque synthèse car elle ne sera pas réutilisable. Son rendement était de 72%, donc moindre que celle de la synthèse chimique.

La deuxième méthode est plus longue et complexe en raison notamment des précautions qu'il faut prendre du fait de la dangerosité des réactifs utilisés. Son rendement était de 78%, donc supérieur à l'utilisation de la résine échangeuse d'ions.

Partie C – Propulsion électrique

C.I. Propulseur ionique

53) La propulsion chimique est assurée par l'éjection de gaz accélérés par une réaction chimique alors que dans le cas de la propulsion ionique est assurée par l'éjection d'ions accélérés par une force électrostatique.

54) La propulsion ionique présente l'avantage d'être moins encombrante et d'éviter les risques d'inflammation et d'explosion.

55) La propulsion ionique n'est pas utilisée pour le décollage d'une fusée car elle n'est pas assez puissante. On peut comparer les valeurs numériques fournies dans lesquelles on nous donne la force de poussée d'un booster qui est de 16 000 kN contre la force de poussée d'un propulseur ionique de 0,18 N.

56) On souhaite attirer les ions vers la grille extérieure. Comme les ions sont chargés positivement, ils vont être attirés par la grille chargée négativement. Il faut donc que la grille intérieure soit chargée positivement (et donc la grille extérieure négativement).

57) On souhaite que des ions arrivant à vitesse quasi-nulle sur la grille intérieure, sortent de la grille extérieure avec une vitesse de $30 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$.

En utilisant la formule donnée dans le document 10, on peut calculer la variation d'énergie potentielle électrostatique entre les deux grilles accélératrices : $\Delta E_{pe} = q \cdot (V_P - V_N) = q \cdot \Delta V = +e \cdot \Delta V$.

L'énergie des ions se conservant, l'énergie potentielle des ions va être convertie en énergie cinétique. On a donc l'égalité suivante : $\Delta E_c = \Delta E_{pe} = +e \cdot \Delta V$ avec $\Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot m_{Xe} \cdot v_f^2 - \frac{1}{2} \cdot m_{Xe} \cdot v_i^2 = \frac{1}{2} \cdot m_{Xe} \cdot v_f^2$

On en déduit donc la valeur recherchée : $\Delta V = \frac{m_{Xe} \cdot v_f^2}{2e} = \frac{M_{Xe} \cdot v_f^2}{2eN_a}$.

AN. $\Delta V = \frac{131,2 \cdot 10^{-3} \times (30 \cdot 10^3)^2}{2 \times 1,60 \cdot 10^{-19} \times 6,02 \cdot 10^{23}} = 0,61 \text{ kV}$.

Il faut donc appliquer une différence de potentiel de 0,61 kV entre les deux grilles pour obtenir la vitesse souhaitée.

58) Le canon à électrons situé à l'extérieur de la chambre sert à déioniser les ions xénon de façon à éviter qu'il corrode le propulseur (l'élément xénon étant un gaz noble, sa forme atomique n'est pas réactive).

C.II. Le choix du xénon

59) On a vu dans la première partie que la force de propulsion est proportionnelle au débit massique des espèces éjectées. Ainsi plus la masse des éléments utilisés est importante, plus la force de propulsion le sera également. Il faut donc une masse atomique importante.

60) On a vu dans la première partie que la force de propulsion est également proportionnelle à la vitesse d'éjection. On peut donc également augmenter la force de poussée en augmentant la vitesse d'éjection des espèces.

Or en reprenant l'expression de la question 57 il vient que : $v_f = \sqrt{2N_a \Delta V} \times \sqrt{\frac{e}{M_{Xe}}}$. La vitesse est donc proportionnelle à la racine de la charge massique, ainsi si la charge massique augmente, la vitesse d'éjection, et donc la force de poussée, augmentent également.

61) Pour choisir un élément il faut qu'il ait une masse atomique importante pour une charge massique importante. On voit dans le tableau que le césium et mercure ont une masse atomique importante mais une charge massique faible. On voit également que l'argon et le krypton ont une charge massique importante et une masse atomique faible.

Le xénon semble être donc le meilleur compromis avec une masse atomique moyenne et une charge massique moyenne également. On peut également noter que le xénon n'est pas corrosif et que son énergie de première ionisation est moyenne.

C.III. Propulseur à effet Hall

62) On s'intéresse à une particule de masse m et de charge q dans un référentiel galiléen.

La deuxième loi de Newton s'écrit : $m\vec{a} = \vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$.

En utilisant le formulaire fourni en annexe on peut calculer le produit vectoriel :

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B} = q \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix} = qB \begin{pmatrix} v_y \\ -v_x \\ 0 \end{pmatrix}.$$

On obtient donc finalement : $\vec{a} = \frac{qB}{m} \begin{pmatrix} v_y \\ -v_x \\ 0 \end{pmatrix}$ ou encore $\vec{a} = \frac{qB}{m} \cdot (v_y \cdot \vec{u}_x - v_x \cdot \vec{u}_z)$.

63) On a montré que l'accélération selon l'axe (O, \vec{u}_z) était nulle, la vitesse y est donc constante. Le mouvement est donc uniforme suivant l'axe (O, \vec{u}_z) .

64) On nous donne la définition de la pulsation cyclotron : $\omega_c = \frac{|q|B}{m}$.

En reprenant l'expression trouvée dans la question 62, on voit que l'accélération est égale au produit de la pulsation cyclotron sur une vitesse. La pulsation cyclotron s'exprime donc en $\frac{m \cdot s^{-2}}{m \cdot s^{-1}} = s^{-1}$.

La pulsation cyclotron ω_c est donc bien homogène à une pulsation.

65) On nous donne les équations horaires du mouvement :

$$x(t) = \frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c} \sin(\omega_c t) \text{ et } y(t) = \frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c} (\cos(\omega_c t) - 1) \text{ avec } \omega_c = \frac{qB}{m} \text{ et } q > 0.$$

On en déduit les vitesses : $v_x(t) = \frac{dx}{dt} = v_0 \sin \theta \cos(\omega_c t)$ et $v_y(t) = \frac{dy}{dt} = -v_0 \sin \theta \sin(\omega_c t)$.

D'après la question 63 la vitesse en z est constante : $v_z(t) = v_0 \cos \theta$

La norme de la vitesse de la particule se calcule : $v = \sqrt{v_x^2(t) + v_y^2(t) + v_z^2(t)}$.

$$\text{D'où : } v = \sqrt{v_0^2 \sin^2 \theta \cos^2(\omega_c t) + v_0^2 \sin^2 \theta \sin^2(\omega_c t) + v_0^2 \cos^2 \theta}.$$

$$\text{D'où : } v = v_0 \sqrt{\sin^2 \theta (\cos^2(\omega_c t) + \sin^2(\omega_c t)) + \cos^2 \theta}.$$

$$\text{D'où : } v = v_0 \sqrt{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta} \text{ car } \cos^2(x) + \sin^2(x) = 1 \text{ quel que soit } x.$$

D'où : $v = v_0$ par la même propriété qu'à la ligne précédente.

La norme de la vitesse est donc bien v_0 à chaque instant. Le champ magnétique modifie donc la trajectoire de la particule sans jamais changer sa vitesse. Le mouvement est uniforme.

66) On doit justifier que la particule a une trajectoire hélicoïdale autour de l'axe (O, \vec{u}_z) . Il faut donc qu'elle ait un mouvement circulaire dans le plan $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$.

Partons des équations horaires : $x(t) = \frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c} \sin(\omega_c t)$ et $y(t) = \frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c} (\cos(\omega_c t) - 1)$.

$$\text{Calculons : } x^2(t) + y^2(t) = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{\omega_c^2} \sin^2(\omega_c t) + \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{\omega_c^2} (\cos(\omega_c t) - 1)^2.$$

$$\text{D'où : } x^2(t) + y^2(t) = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{\omega_c^2} \sin^2(\omega_c t) + \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{\omega_c^2} (\cos^2(\omega_c t) - 2 \cos(\omega_c t) + 1).$$

$$\text{D'où : } x^2(t) + y^2(t) = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{\omega_c^2} (\sin^2(\omega_c t) + \cos^2(\omega_c t)) - 2 \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{\omega_c^2} \cos(\omega_c t) + 2 \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{\omega_c^2} - \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{\omega_c^2}.$$

$$\text{D'où : } x^2(t) + y^2(t) = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{\omega_c^2} (\sin^2(\omega_c t) + \cos^2(\omega_c t)) - 2 \frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c} \times \frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c} (\cos(\omega_c t) - 1) - \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{\omega_c^2}.$$

$$\text{D'où : } x^2(t) + y^2(t) = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{\omega_c^2} (\sin^2(\omega_c t) + \cos^2(\omega_c t)) - 2 \frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c} \times y(t) - \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{\omega_c^2}.$$

$$\text{D'où : } x^2(t) + y^2(t) + 2 \frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c} y(t) + \left(\frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c} \right)^2 = \left(\frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c} \right)^2.$$

$$\text{Et finalement : } x^2(t) + \left(y(t) + \frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c} \right)^2 = \left(\frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c} \right)^2$$

On reconnaît bien l'équation cartésienne d'un cercle : $(x + x_C)^2 + (y + y_C)^2 = R^2$.

On retrouve l'expression demandée pour le rayon : $R = \frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c}$.

Concernant le pas de l'hélice, il correspond à la distance parcourue selon l'axe (O, \vec{u}_z) pendant un parcours complet du cercle dans le plan $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$.

La période de parcours du cercle est : $T = \frac{2\pi}{\omega_c}$. La vitesse de la particule selon l'axe (O, \vec{u}_z) est $v_0 \cos \theta$.

On en déduit donc le pas de l'hélice : $h = T \times v_0 \cos \theta = v_0 \frac{2\pi}{\omega_c} \cos \theta$. On retrouve bien la valeur demandée.

L'allure de la trajectoire de la particule est une hélice, on la représente ci-contre.

***** SCHEMA HELICOIDALE

67) Le rayon de l'hélice est $R = \frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c}$ et son pas est $h = v_0 \frac{2\pi}{\omega_c} \cos \theta$ avec $\omega_c = \frac{qB}{m}$.

Donc lorsque la valeur du champ magnétique B augmente, la pulsation cyclotron ω_c augmente aussi, et on a alors une diminution du rayon R et du pas h de l'hélice.

68) D'après la figure 11, le champ magnétique est le plus intense en sortie du propulseur, entre les deux bobines.

69) Dans le tableau 2 on peut lire que l'énergie de première ionisation, notée E_1 , d'un atome de xénon gazeux : $E_1 = 12,13 \text{ eV}$. On convertit cette énergie en joules : $E_1 = 12,13 \times 1,60 \cdot 10^{-19} = 1,94 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

Pour réaliser cette ionisation, il faut un électron ayant une énergie cinétique de $1,94 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

Par définition : $E_C = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v_e^2 = E_1$. On a donc : $v_e = \sqrt{\frac{2E_1}{m_e}}$.

AN. $v_e = \sqrt{\frac{2 \times 1,94 \cdot 10^{-19}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 6,53 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 653 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

Pour calculer les paramètres de l'hélice, commençons par calculer la pulsation cyclotron en prenant une valeur du champ magnétique dans la partie maximale de la figure 11 : $B = 2 \cdot 10^{-2} \text{ T}$.

On a alors : $\omega_c = \frac{|q|B}{m} = \frac{eB}{m_e} = \frac{1,60 \cdot 10^{-19} \times 2 \cdot 10^{-2}}{9,11 \cdot 10^{-31}} = 4 \cdot 10^9 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

On peut alors calculer les grandeurs demandées :

Pour le rayon : $R = \frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c} = v_0 \sin \theta \times \frac{m_e}{eB} = 6,53 \cdot 10^5 \times \sin 45^\circ \times \frac{9,11 \cdot 10^{-31}}{1,60 \cdot 10^{-19} \times 2 \cdot 10^{-2}} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,1 \text{ mm}$.

Pour le pas : $h = v_0 \frac{2\pi}{\omega_c} \cos \theta = v_0 \frac{2\pi m_e}{eB} \cos \theta = 6,53 \cdot 10^5 \times \frac{2 \times \pi \times 9,11 \cdot 10^{-31}}{1,60 \cdot 10^{-19} \times 2 \cdot 10^{-2}} \cos 45^\circ = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,8 \text{ mm}$.

L'hélice obtenue a donc un rayon de 0,1 mm et un pas de 0,8 mm dans la partie la plus intense du champ magnétique.

70) Prenons le cas d'un ion $\text{Xe}_{(g)}^+$ ayant une vitesse de $30 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Les ions sortent du propulseur orthogonalement au champ magnétique d'après la figure 11, on prend donc $\theta = 90^\circ$ et donc $\sin \theta = 1$. On garde également le même ordre de grandeur pour le champ magnétique que précédemment.

Pour le rayon : $R = \frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c} = \frac{v_0 m_{\text{Xe}}}{eB} = \frac{v_0 M_{\text{Xe}}}{eBN_a} = \frac{30 \cdot 10^3 \times 131,2 \cdot 10^{-3}}{1,60 \cdot 10^{-19} \times 2 \cdot 10^{-2} \times 6,02 \cdot 10^{23}} = 2 \text{ m}$.

On trouve bien un rayon cohérent, puisque l'élément xénon a une masse très supérieure à celle de l'électron, le rayon est lui aussi très supérieur dans le cas du xénon.

71) On peut penser que dans le cas d'une propulsion ionique, les ions gardent la trajectoire qu'ils ont en sortie du propulseur, on ne peut donc pas corriger la divergence du jet d'ions. Alors que dans le cas d'une propulsion par effet Hall le champ magnétique dirige les particules et permet une meilleure focalisation.

72) La force de poussée se fait selon l'axe x . Si le jet d'ions est divergent d'un angle θ avec la force de poussée sera diminuer d'un facteur $\cos \theta$. Une forte divergence du jet d'ions est donc bien un inconvénient pour ce genre de propulsion.

FIN DE LA CORRECTION