

## Mesures de très faibles vitesses instantanées par échographie Doppler

par André DEIBER  
Lycée Fustel de Coulanges - 67000 Strasbourg  
et Olivier KEMPF  
IUFM d'Alsace - Site de Strasbourg  
GRESEP Groupe de Recherche de l'IUFM  
d'Alsace et de l'Université Louis Pasteur

---

### RÉSUMÉ

*Une recherche bibliographique, la consultation de diverses bases de données (Internet entre autres) ainsi qu'une enquête auprès du milieu médical nous a permis de dégager les grandes lignes de fonctionnement des sondes Doppler en ultrasonographie vasculaire utilisé dans un domaine particulier de la médecine, l'imagerie vasculaire. Par la suite, ces principes ont été transposés à la mesure de la vitesse d'objets se déplaçant lentement suivant un protocole aisé à mettre en œuvre, ne requérant que du matériel peu onéreux.*

### 1. APPROCHE DE L'EFFET DOPPLER EN ULTRASONOGRAPHIE VASCULAIRE

[1, 2, 3]

Lors de la propagation de l'onde ultrasonore dans un tissu il y a absorption de l'onde. La fréquence d'émission détermine la profondeur de pénétration de l'onde acoustique. Les spécialistes (radiologues, cardiologues, angiologues) utilisent une fréquence de 5 à 10 MHz pour scruter les vaisseaux superficiels et inférieure à 5 MHz pour les vaisseaux profonds (aorte, vaisseaux de l'abdomen, fœtus...).

#### 1.1. La vélocimétrie Doppler «à émission continue»

L'effet Doppler se manifeste ici par la variation de fréquence que subit un signal vibratoire lors d'une diffusion sur un objet en mouvement relatif par rapport à la source. Dans le sang il y a cinq mille particules par  $\text{mm}^3$  (soit une distance moyenne interhématis de  $60 \mu\text{m}$ ) ce qui représente 40 à 45 % en concentration volumique. Compte tenu de la taille d'une hématis par rapport à la longueur d'onde ultrasonore incidente, on ne peut parler de réflexion au sens strict du terme. La répartition des hématis étant

aléatoire la diffusion est incohérente et s'apparente à une diffusion de type Rayleigh avec changement de fréquence entre l'onde incidente et l'onde diffusée à cause du mouvement d'ensemble des hématies.

En vélocimétrie Doppler, au signal réfléchi sur les hématies se superposent les signaux réfléchis sur les organes immobiles ou les parois artérielles, mais ces derniers sont de fréquence identique à celle de la source ultrasonore et ne contribuent donc pas au signal de fréquence différente de la fréquence d'émission.

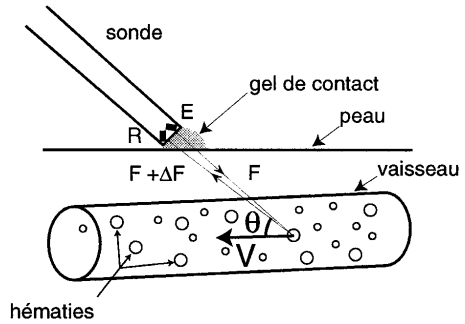


Figure 1

Le gel de contact joue le rôle d'adaptateur d'impédance acoustique : la pénétration de l'onde est plus aisée dans le cas gel → corps que pour le cas air → corps.

Une expérience simple (cf. figure 2) permet de mettre en évidence l'influence du gel. On utilise des émetteurs ultra-sonores immergeables étanches [4] et du gel pour cheveux.

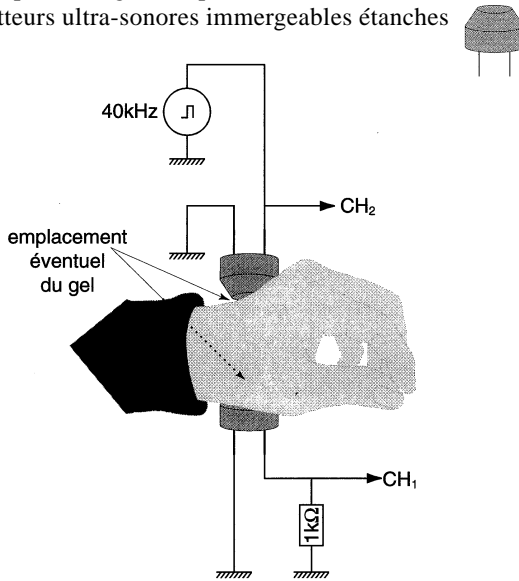


Figure 2

Les deux oscillogrammes (cf. figures 3a et 3b) mettent en évidence le rôle joué par le gel. Ces oscillogrammes ont été obtenus par l'enregistrement simultané du signal d'un émetteur ultrasonore (situé sur le dos de la main) et d'un récepteur ultrasonore (situé sur la paume de la même main). La comparaison est éloquent et met bien en évidence l'adaptation d'impédance provoquée par la présence du gel.

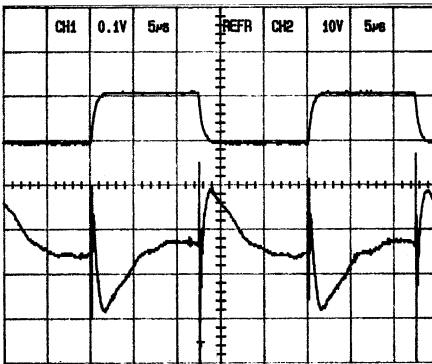


Figure 3a : Sans gel.

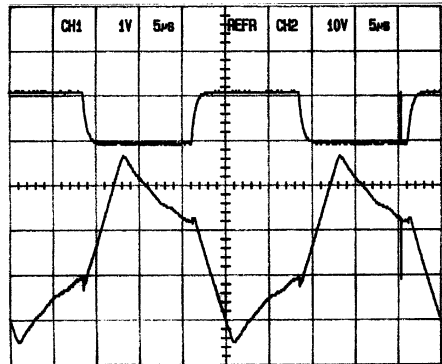


Figure 3b : Avec gel.

Notez les sensibilités différentes de la voie 1 dans les deux expériences. Avec le gel, le signal de réception est dix fois plus élevé qu'en absence du gel.

A vitesse donnée le décalage de fréquence est proportionnel à la fréquence d'émission selon (cf. figure 1) :

$$\Delta F = 2 F_e \frac{V}{C_{\text{tissu}}} \cos(\theta)$$

avec  $c_{\text{tissu}} = 1540 \text{ m.s}^{-1}$  (célérité moyenne du son dans les tissus mous à comparer à celle de l'eau de mer  $c_{\text{eau}} = 1531 \text{ m.s}^{-1}$ ).

Les vitesses des hématies s'avèrent relativement faibles. On peut citer quelques ordres de grandeurs 110 cm/s pour la vitesse systolique de la sous-clavière et 50 cm/s dans l'aorte jugulaire tandis que la vitesse diastolique dans la sous-clavière peut descendre à 10 cm/s.

La vélocimétrie ultrasonore à émission continue ne restitue que la résultante moyenne d'un déplacement à l'intérieur d'un vaisseau à l'exclusion d'informations

plus précises. La difficulté de séparer les divers vaisseaux présents dans la zone d'observation limite la portée de cette technique. De même :

- les anomalies de distribution de vitesses circulatoires telles qu'elles peuvent résulter, par exemple, d'une sténose (rétrécissement d'un vaisseau), ne sont pas retranscrites ;
- l'estimation de l'incidence  $\theta$  ne permet pas de déterminer précisément les vitesses de circulation ;
- aucune information sur le diamètre du vaisseau n'est accessible ;

il en résulte que le Doppler continu ne permet pas d'estimer de manière quantitative des débits sanguins.

### 1.2. L'échotomographie ultrasonore (Échographie)

En échotomographie, on analyse l'amplitude du signal réfléchi modulé par la nature et la composition des tissus rencontrés. Afin de situer la zone d'observation en profondeur, on rend aveugle le récepteur pendant un temps ajustable par le praticien (cf. figure 4).

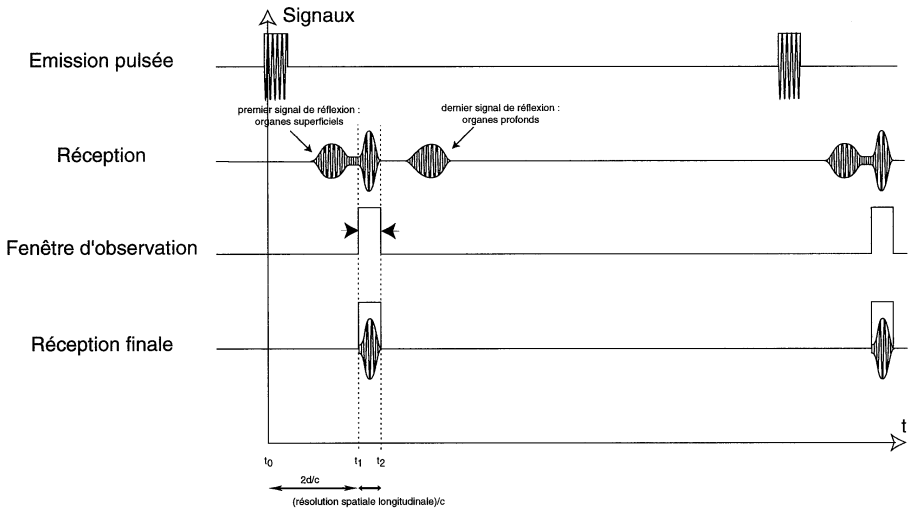


Figure 4

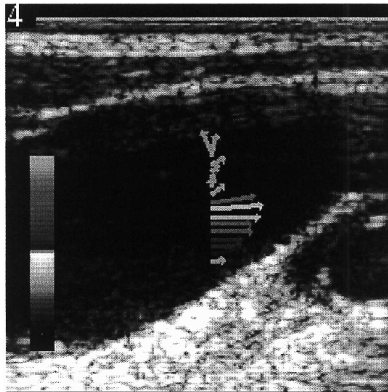
En déplaçant la fenêtre (modification de  $t_1$  et  $t_0$ ) le praticien sélectionne la profondeur de la zone d'observation tandis que la largeur de cette fenêtre ( $t_2 - t_1$ ) permet d'ajuster l'épaisseur de la couche observée. Comme les ultrasons sont très

directifs, on obtient une image échographique en balayant une zone rectangulaire d'observation, perpendiculaire à la direction d'émission, par un fin faisceau d'ondes ultrasonores.

La résolution transversale qui est, elle aussi, de l'ordre de la fraction de millimètre pouvait être estimée en calculant la longueur d'onde d'un signal ultrasonore se propageant dans un tissu mou.  $\lambda = \frac{c}{f_E}$  ( $c = 1540 \text{ m.s}^{-1}$ ,  $f_E = 4 \text{ MHz}$ ) soit  $\lambda = 0,38 \text{ mm}$ .

### 1.3. Couplage de échotomographie et du Doppler pulsé : l'ÉchoDoppler

En pulsant le Doppler, on arrive à localiser un petit volume d'observation dans le corps humain, l'analyse en fréquence du train d'onde réfléchi permet de connaître la distribution des composantes des vitesses suivant l'axe de visée. Pour re-situer ces phénomènes dans l'espace on couple l'échotomographie ultrasonore avec l'imagerie vasculaire, cette technique permet d'obtenir des images échographiques avec indication du champ de vitesses après balayage de la surface (cf. figure 5) (disponible sur Internet : <http://www.tip.csiro.au/MedicalImaging/ultrasound>).



**Figure 5 :** Écoulement sanguin dans une artère.

Ce type d'image permet alors, en mesurant le diamètre de l'artère, de déterminer le débit par intégration du champ de vitesses.

### 1.4. Prolongements [5]

L'amélioration de la qualité de l'image et l'optimisation de la finesse de la détection permet de construire des images 3D après traitement informatique des

données : à titre d'illustration «bébé 3D» disponible sur Internet (cf. figure 6) : à l'adresse : <http://www.tip.csiro.au/MedicalImaging/ultrasound>.



**Figure 6** : Image fœtale en trois dimensions.

De même des mouvements excessivement lents peuvent être étudiés en spermovélocimétrie [5]. Une méthode interférentielle optique couplée à un effet Doppler permet de mesurer des vitesses de quelques dizaines de microns par seconde par «battements de photons». Ces exemples montrent que toutes ces techniques biomédicales peuvent servir d'illustration intéressante aux concepts physiques abordés dans l'enseignement.

## 2. CONTRAINTES EXPÉRIMENTALES POUR UNE EXPÉRIENCE ANALOGIQUE

Quelles expériences abordables peut-on réaliser avec des élèves pour expérimenter de manière quantitative l'effet Doppler ?

### 2.1. Difficultés inhérentes à la faible valeur de la vitesse

Lorsqu'une voiture, en excès de vitesse, est contrôlée par un radar à effet Doppler, l'analyse spectrale numérique de l'onde incidente et de l'onde réfléchie donne lieu à des pics de fréquence nettement individualisés car la source de l'onde réfléchie se déplace rapidement.

Il n'en n'est plus de même lorsque la source de l'onde réfléchie se déplace lentement. Par exemple dans les dispositifs d'alarmes à systèmes volumétriques aux ultrasons (ou aux hyperfréquences), les détecteurs sont censés déceler des déplacements relativement lents (quelques  $\text{m.s}^{-1}$ ).

Le décalage en fréquence qui sépare ces deux composantes est très faible de l'ordre d'un hertz avec une vitesse de  $1 \text{ cm.s}^{-1}$  pour une célérité du son de  $340 \text{ m.s}^{-1}$  dans l'air et une fréquence d'environ 40 kHz.

Lorsqu'on cherche à étudier l'effet Doppler au laboratoire d'enseignement, c'est précisément dans ce domaine d'ordre de grandeur que l'on peut connaître la vitesse des mobiles par une méthode indépendante. Il semble a priori délicat de vérifier l'effet Doppler de manière quantitative avec un aussi faible décalage en fréquence, et encore davantage d'étudier des mouvements non uniformes pour lesquels la vitesse varie de manière notable sur une durée de l'ordre de la fraction de seconde. C'est pourtant cet objectif que nous nous assignons avec en ligne de mire l'étude de deux mouvements dont celui du pendule pesant.

## 2.2. Étude des solutions expérimentales possibles

Afin de comparer la fréquence  $f_R$  du signal détecté par le récepteur à la fréquence d'émission  $f_E$ , on peut envisager l'usage d'un double fréquencemètre mesurant le rapport  $\frac{f_R}{f_E}$ . Vu la durée de comptage (1 s) d'un tel appareil et le décalage en fréquence qui reste de l'ordre de 1 Hz, cela signifierait que la vitesse du mobile soit constante pendant une seconde afin d'accéder à une mesure significative. Certes un traitement statistique permettrait d'améliorer la précision de la mesure de  $f_R$ , mais la procédure est très lourde à gérer. Une seconde approche pourrait reposer sur une transformée de Fourier discrète du signal délivré par le récepteur. La résolution en fréquence est donnée par le rapport :

$$\frac{\text{fréquence d'échantillonnage}}{\text{nombre d'échantillons}}$$

Une application numérique rapide montre que les logiciels et le matériel dont nous disposons dans les lycées ne nous permettent pas de séparer les raies Doppler dans le cas de très faibles vitesses. Exemple pour Spector  $19000/2048 = 9 \text{ Hz} !!$

On pourrait appliquer une méthode de battements mais elle ne se généralise pas aisément à des mouvements rectilignes non uniformes.

La seule méthode envisageable repose sur la comparaison de  $f_R$  et de  $f_E$  par la soustraction des deux fréquences en mesurant directement  $|f_R - f_E|$ .

## 3. MESURE D'UN FAIBLE DÉCALAGE EN FRÉQUENCE [6]

On peut s'inspirer de la solution industrielle utilisée en Doppler à émission continu pour usage médical (cf. figure 7) en la simplifiant sensiblement. On ne conserve que la partie en trait continu de ce schéma synoptique [1]. Ceci a comme conséquence la

perte du signe de la composante de la vitesse sur l'axe émetteur - récepteur. En effet, dans le système industriel, le comparateur de phase permet de trouver le signe de cette composante. Donc notre simplification ne permet que la mesure de la valeur absolue de la projection de la vitesse sur la direction d'observation.

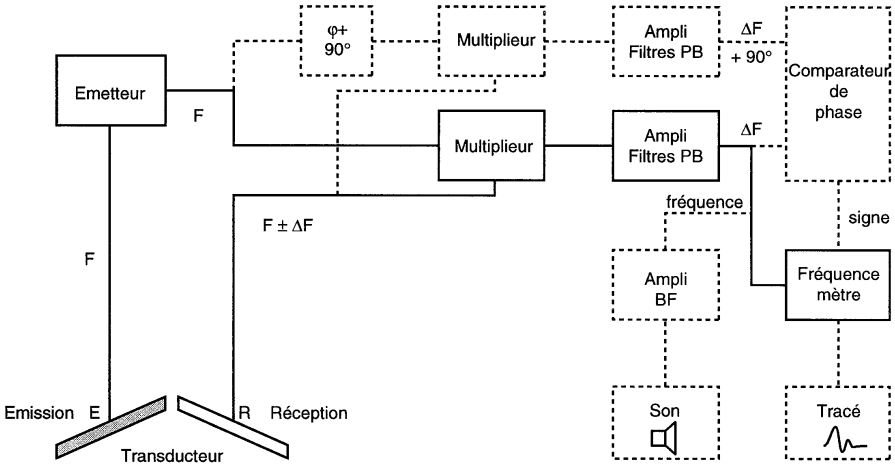


Figure 7

3.1. Description et analyse théorique du dispositif

On étudie deux tensions sinusoïdales de fréquences  $f_E$  et  $f_R$  délivrées par deux générateurs de fonctions.

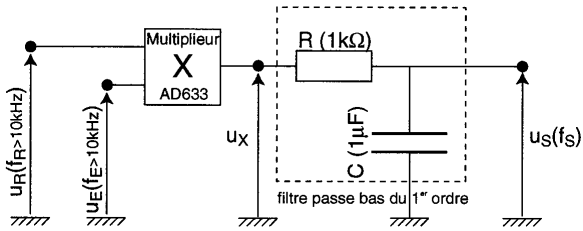


Figure 8

D'après le constructeur, le signal de sortie du multiplieur AD633 vaut  $u_x = k u_R u_E$  avec  $k = 0,1 \text{ V}^{-1}$ .



Or :  $u_R = U_R \cos(2\pi f_R t + \varphi_R)$  et  $u_E = U_E \cos(2\pi f_E t + \varphi_E)$

d'où :  $u_x = k U_R U_E \cos(2\pi f_R t + \varphi_R) \cos(2\pi f_E t + \varphi_E)$

$$u_x = \frac{k}{2} U_R U_E \cos \left[ 2\pi (f_R + f_E) t + (\varphi_R - \varphi_E) \right] + \cos \left[ \left( 2\pi (f_R + f_E) t + (\varphi_R - \varphi_E) \right) \right]$$

En prenant la fréquence de coupure  $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$  du filtre passe bas du premier ordre entre  $f_R + f_E$  et  $f_R - f_E$ , il restera en sortie du filtre :

$$u_s = \frac{k}{2} U_R U_E \cos \left[ 2\pi (f_R - f_E) t + (\varphi_R - \varphi_E) \right]$$

Pour avoir un signal sinusoïdal «propre» en sortie, il faut que  $f_R, f_E \gg f_c$  ainsi que  $|f_R - f_E| \ll f_c$ . Dans le cas contraire, on observe une composante alternative de haute fréquence.

### 3.2. Vérification expérimentale de la fonction du système

Dans un exposé élémentaire il n'est pas possible d'expliquer le mode de fonctionnement de ce dispositif électronique. Mais il est indispensable de montrer expérimentalement qu'il remplit bien la fonction de soustracteur de fréquence (en valeur absolue). Il suffit de mesurer les trois fréquences et de vérifier que  $f_s = |f_1 - f_2|$  au hertz près. Exemple :  $R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$ ,  $f_1 \approx 10 \text{ kHz}$ ,  $f_2 \approx 10 \text{ kHz}$ .

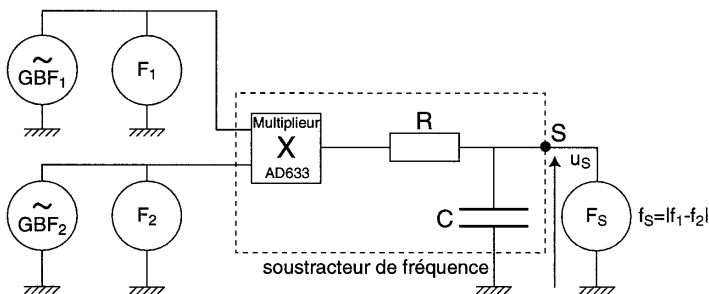
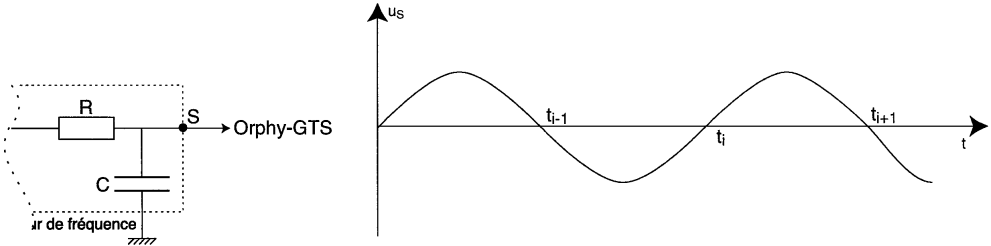


Figure 9

Dans la perspective de l'étude d'un mouvement rectiligne non uniforme, nous allons modifier la procédure de mesure de  $f_s$ .

L'usage d'un fréquencemètre pour la mesure de  $f_S$ , vu le temps de comptage de 1 s (en règle générale) pénalise lourdement la rapidité de la mesure. La détermination de la période à l'aide d'un oscillographe (à mémoire ou non) ou d'un système d'acquisition informatique s'avère beaucoup plus rapide.



**Figure 10** : Visualisation de la tension de sortie du montage de la figure 9.

Le signal de sortie du soustracteur de fréquence est alternatif : on ne considère que les dates ( $t_i$ ) de passage par zéro du signal de sortie. On a donc :

$$f_S = \frac{1}{t_{i+1} - t_{i-1}} = |\Delta f|$$

#### 4. ÉTUDE DE L'EFFET DOPPLER AUX TRÈS FAIBLES VALEURS DU RAPPORT $v/c$

S'il est possible de déplacer l'émetteur ou le récepteur, il est préférable dans un premier temps de rendre le récepteur solidaire du mobile, en laissant l'émetteur fixe.

##### 4.1. Expérience : mise en mouvement du récepteur

La vérification de la relation  $v = \frac{f_R - f_E}{f_E} c$  passe par une détermination indépendante de la vitesse  $v$  par chronométrage ou tout autre méthode adaptée. Le mouvement doit être rectiligne uniforme, la vitesse constante doit être réglable à volonté et aisée à mesurer. D'autre part le vecteur vitesse doit être porté par la droite émetteur récepteur, l'influence de l'angle pourrait faire l'objet d'une exploration complémentaire non effectuée dans cet article. On peut pour cela utiliser comme support pour le récepteur, un train électrique, un montage Lego<sup>TM</sup>, un mobile autoporteur, le déplacement du stylet d'une table traçante...

Remarque : La tension de sortie du récepteur doit être en règle générale amplifiée.

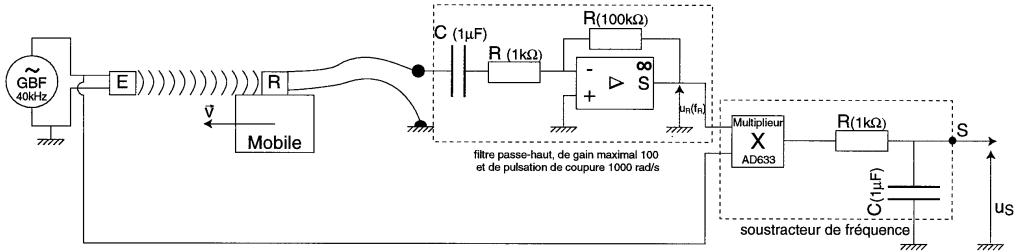


Figure 11

4.2. Exploitation des mesures

Comme la distance émetteur / récepteur varie, le signal de sortie  $u_s$  est d'amplitude variable. On mesurera les dates  $t_i$  lors du passage par zéro de cette tension (cf. figure 12).

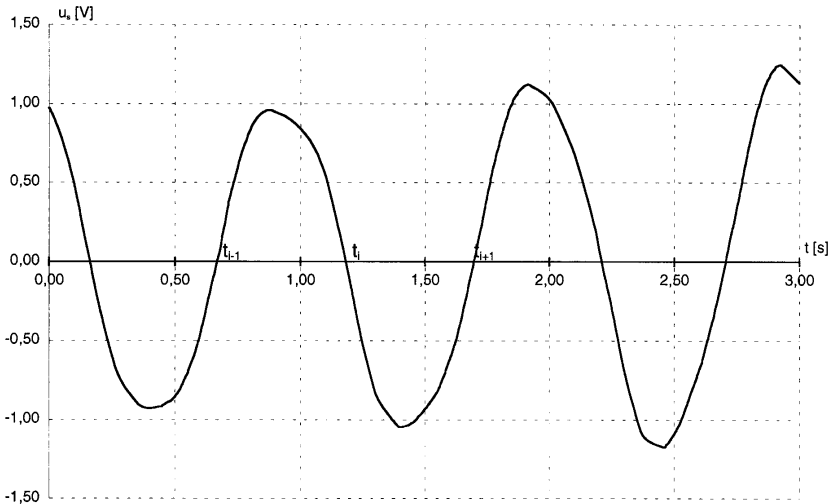


Figure 12 :  $u_s = f(t)$  pour une vitesse du mobile de  $v = 8,44 \text{ m.s}^{-1}$ .

Pour chaque vitesse, il faut procéder à un enregistrement du signal de sortie sur un oscillographe à mémoire ou un système d'interface (cf. tableau 1).

$v [10^{-3} \text{ m.s}^{-1}]$	8,44	17,0	30,5	32,8	40,8	50,8	52,5	92,8
$\frac{1}{t_{i+1} - t_{i-1}} \text{ Hz}$	0,98	1,94	3,55	3,82	4,66	5,92	6,09	10,8

Tableau 1

Le signal de sortie n'étant pas périodique vu la variation de l'amplitude, il faut donc s'abstenir de parler de fréquence  $\Delta f$  mais  $\frac{1}{t_{i+1} - t_{i-1}}$  est indépendant du choix de  $i$ .

On en déduit le graphe de  $\frac{1}{t_{i+1} - t_{i-1}}$  en fonction de  $v$  (cf. figure 13).

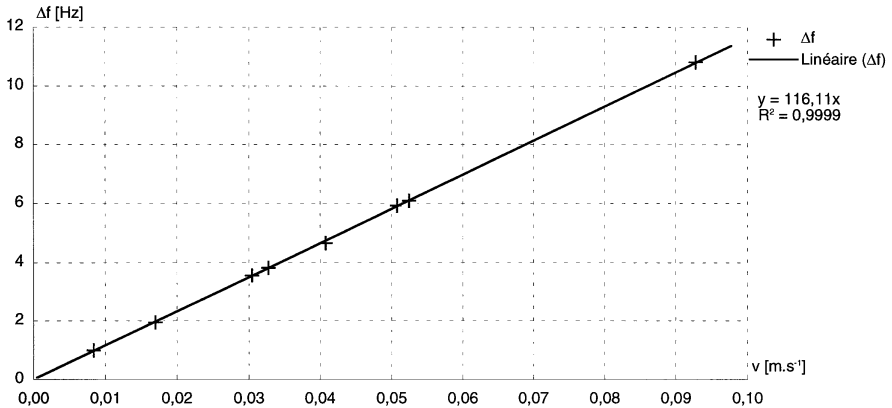


Figure 13

On peut exploiter cette courbe comme étalonnage du dispositif de mesure de la vitesse. Mais on peut aller plus loin en cherchant la pente de la droite.

La droite obtenue est modélisée par  $\frac{1}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{f_E}{c} v$ . Le coefficient directeur  $\frac{f_E}{c}$  est en bon accord avec la valeur théorique ( $c_{th} = 348,84 \text{ m.s}^{-1}$  à 20° 30 % humidité) puisque dans les mêmes conditions on détermine  $c_{th} = 344 \text{ m.s}^{-1}$  avec  $f_E = 40,0 \cdot 10^3 \text{ Hz}$  (mesuré au fréquencemètre).

## 5. APPLICATION À DEUX MOUVEMENTS NON UNIFORMES

D'après ce qui précède, la vitesse à la date  $t_i$  vaut :  $v_i = \frac{c}{f_E} \frac{1}{(t_{i+1} - t_{i-1})}$ .

Sous cette forme, on peut exploiter cette technique pour étudier un mouvement non uniforme. Cette relation étudiée plus haut, dans le contexte d'un mouvement uniforme, est exploitée ici pour déterminer une valeur approchée de la vitesse instantanée. Tout mouvement rectiligne d'amplitude suffisante est exploitable. En effet, entre  $t_{i-1}$  et  $t_{i+1}$ , le mobile parcourt une distance constante  $d_i = \frac{c}{f_E} = \lambda$  (= 8 mm dans l'air). Pour que la mesure de  $v_i$  soit satisfaisante, il faut donc que la distance parcourue sur l'ensemble de la mesure soit très supérieure à  $\frac{c}{f_E}$ .

### 5.1. Mouvement d'un mobile autoporteur à accélération constante

Il est bon de prendre comme premier exemple, un mouvement rectiligne uniformément accéléré. Celui de l'évolution d'un mobile autoporteur sur une table inclinée convient parfaitement (cf. figure 14).

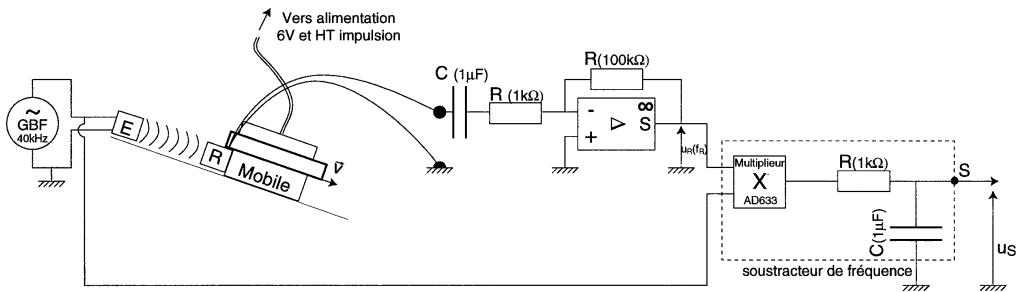


Figure 14

#### 5.1.1. Étude qualitative des courbes

La tension de sortie  $U_s$  et  $d(t)$  (la distance parcourue par le mobile en fonction du temps) déterminée par l'exploitation de l'enregistrement papier (par impulsion électrique) figurent sur les graphes ci-dessous (cf. figures 15a et 15b).

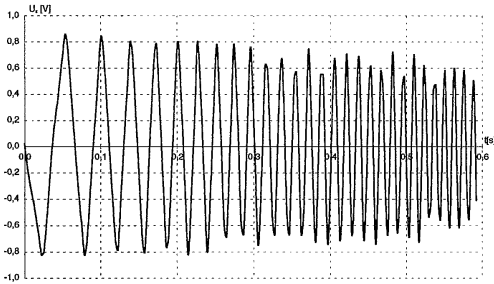


Figure 15a

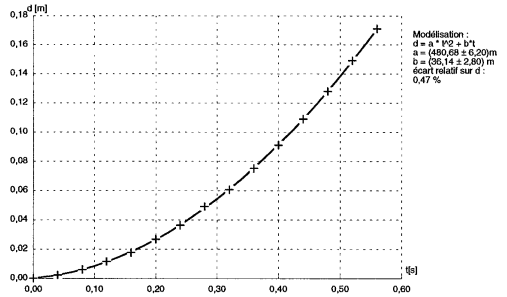


Figure 15b

On reconnaît l'éloignement du mobile par la décroissance de l'amplitude du signal  $U_s$  et l'augmentation de vitesse du mobile sur le plan incliné par l'augmentation de la «fréquence» du même signal ou pour être plus précis de la diminution de  $(t_{i-1} - t_{i+1})$ .

5.1.2. Exploitation quantitative

A partir de l'expression de  $v_i = \frac{c}{f_E} \frac{1}{(t_{i+1} - t_{i-1})}$  il est possible de représenter  $v_i$  en

fonction de  $t_i$ . A partir du modèle de  $d(t)$  on peut déterminer la loi horaire  $v(t)$  et comparer l'expression des deux vitesses selon le graphe suivant (cf. figure 16).

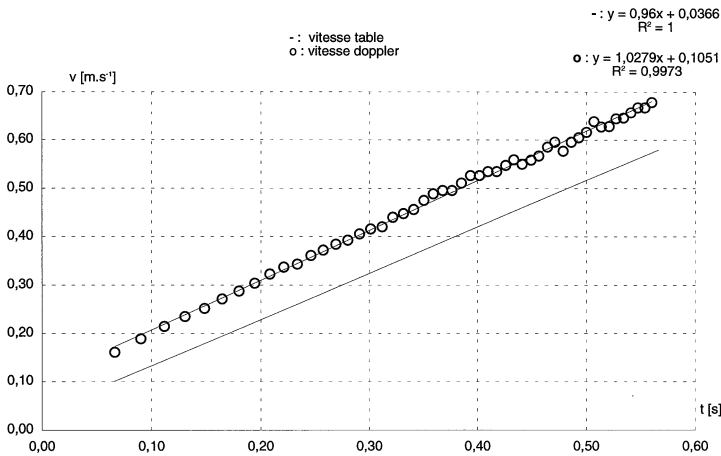


Figure 16

De par la nature des enregistrements il nous a été difficile de synchroniser les deux enregistrements ce qui se traduit par une erreur systématique sur la valeur de la date. Mais le parallélisme est net, ce qui prouve que l'accélération est la même dans les deux analyses. Dans le cas du pendule pesant le problème de synchronisation ne se posera plus.

A partir du graphe, on peut observer aussi que la vitesse ne peut être déterminée de manière précise qu'en-dessous d'une certaine vitesse maximale (à partir de 0,35 m/s les points sont de plus en plus dispersés par rapport à la droite de régression). Cette imprécision est inhérente au mode d'enregistrement, la vitesse augmentant, «la fréquence» de  $U_s$  augmente et des incertitudes de mesure apparaissent dans la détermination de  $v_i$ .

## 5.2. Le pendule pesant

Nous avons retenu l'exemple du pendule pesant pour la simplicité de la mesure de  $\alpha(t)$  indépendante, mais l'amplitude doit rester raisonnable afin de conserver le caractère quasi rectiligne de la trajectoire (cf. figure 17).

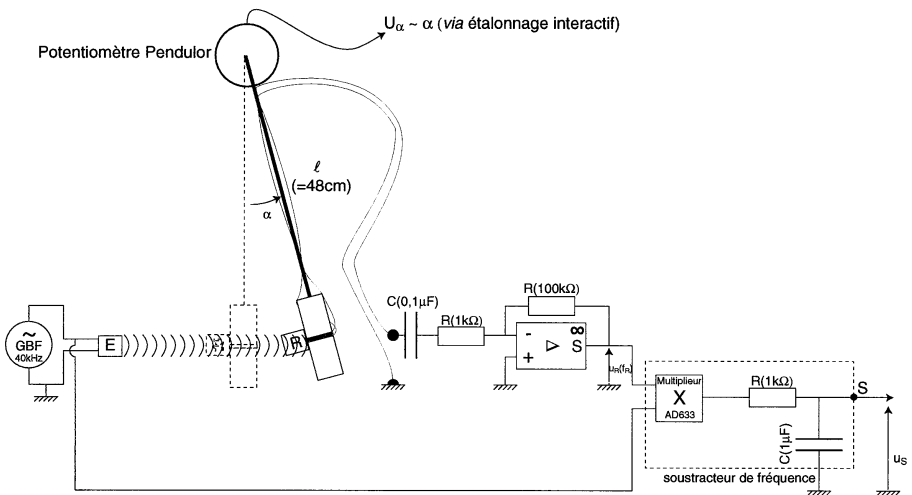
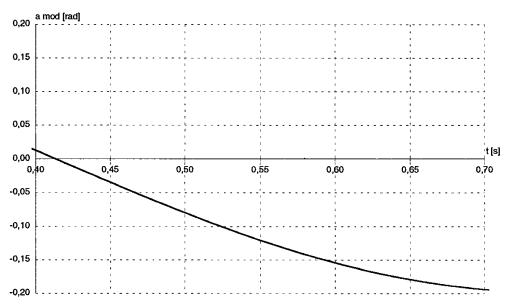
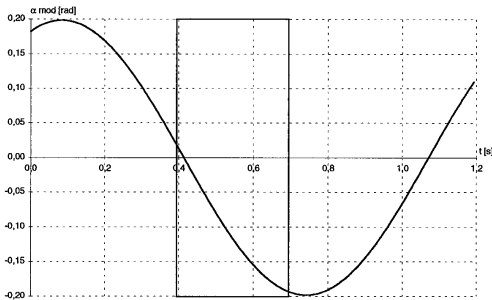
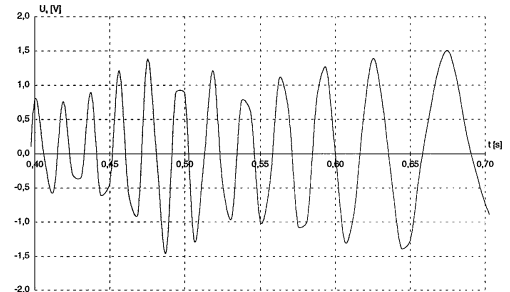
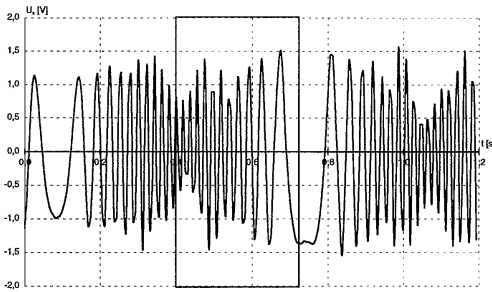


Figure 17

### 5.2.1. Étude qualitative des courbes

La comparaison qualitative des deux signaux (cf. figures 18a et 18b) montre que l'on retrouve une variation de l'amplitude de  $U_s$  mais aussi de la fréquence de ce signal.



**Figure 18a** :  $u_s$  : signal à la sortie de l'AD633.

**Figure 18b** :  $\alpha_{\text{mod}}$  : signal à la sortie de Pendolor, l'écart angulaire a été modélisé.

Lorsque la vitesse est faible ( $\alpha = \alpha_{\text{max}}$ ), la durée entre deux passages par zéro de  $u_s$  est grande, mais lorsque la vitesse est grande ( $\alpha = 0$ ), cette durée devient petite. Il y a donc bien corrélation entre la vitesse du mobile et la durée  $t_{i-1} - t_{i+1} = \Delta t$ .

### 5.2.2. Exploitation quantitative

Seul le domaine où la composante de la vitesse est positive est exploitable. On ne peut exploiter que le signal à la sortie (cf. figures 18a et 18b).

Il est possible de représenter  $v_i$  en fonction de  $t_i$  et vérifier que

$$v_i = A \cos \left( 2\pi \frac{(t - t_0)}{T} \right)$$



avec la même période que le pendule pesant. Cette mesure découle directement de l'enregistrement de la tension issue du potentiomètre de Pendulor. D'une manière plus précise, on peut comparer les vitesses obtenues par les deux méthodes.

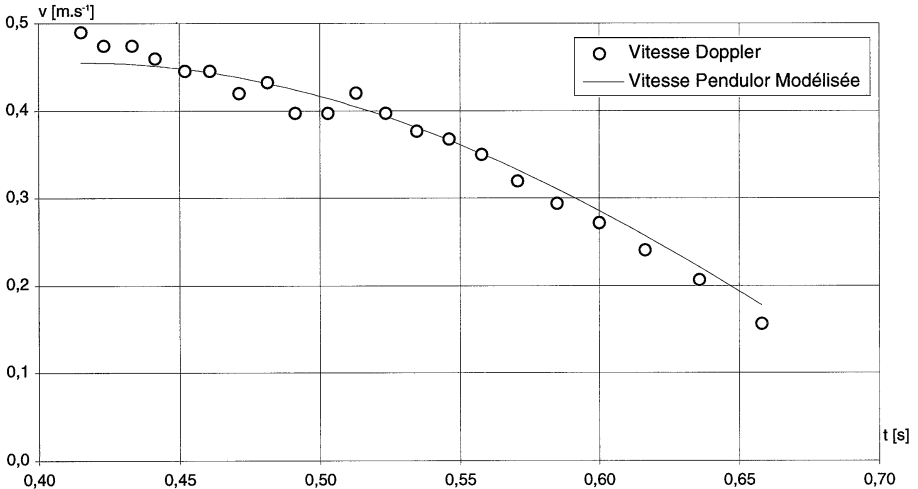


Figure 19

L'accord entre les deux courbes s'avère satisfaisant en dépit des approximations de départ. Là encore, compte tenu du protocole d'acquisition, on observe que plus la vitesse est importante plus celle-ci est imprécise.

## REMERCIEMENTS

Pour finir, nous tenons à remercier chaleureusement M. Jean-Luc DAUSSIN, radiologue, pour ces précieux conseils.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. DAUZAT : «Pratique de l'ultrasonographie vasculaire (Doppler - Échographie)», Vigot, Ed. (1986).
- [2] D. QUEMADA, J. DUFAUX et P. FLAUD : «L'hydrodynamique du sang», La Recherche, **254**, 584 (1993).

- [3] R. MÉLIN : «*Principe du vélocimètre sanguin à effet Doppler*», BUP n° 761, p. 325, 1994.
- [4] Transducteur Ultrasonore Immergeable, p. 212, Référence Fabricant MA 40 E7, Code Commande 189-5720 et 189-5736, 1996, Catalogue Radiospare, Tél. : 03 44 10 15 15, Fax : 03 44 10 16 00.
- [5] P. JOUANNET, P. BERGÉ et M. DUBOIS : «*La spermovélocimétrie*», La Recherche, **066**, 376 (1976).
- [6] M. DOURLENT et M. PTAK : «*Application de l'effet Doppler à la mesure de la vitesse d'un mobile*», BUP n° 576, p. 1157, 1975.

