

# Changement de fréquence, effet Doppler

par Yves BAIMA, André JORANDON,  
Sylvie MORLEN et Marc VINCENT  
Lycée La Martinière Monplaisir - 69372 Lyon Cedex 08

---

## RÉSUMÉ

*La propagation des ondes est une part importante du programme de physique de CPGE. C'est dans ce cadre que s'inscrit l'étude de l'effet Doppler sous forme de travaux pratiques.*

*Dans une première partie, nous présentons de façon sommaire l'effet Doppler, dans la configuration la plus simple où la source d'ondes est mobile et le récepteur fixe dans le référentiel du laboratoire.*

*A la suite de ceci, on trouvera une description du dispositif expérimental mis au point au lycée. Il met en jeu l'utilisation d'un émetteur et d'un récepteur d'ondes ultrasonores et de l'oscilloscope numérique utilisé pour visualiser les signaux. Cependant, depuis l'introduction de l'étude du son en classe de seconde, il est fréquent de trouver dans les lycées des sources d'ondes ultrasonores et les récepteurs associés.*

*La difficulté de cette étude réside dans le fait que l'écart  $\Delta N$  qui existe entre la source et l'émetteur est de l'ordre de quelques Hertz. La troisième partie montre l'impossibilité de mesurer  $\Delta N$  par une observation directe des signaux.*

*La quatrième partie présente donc la solution adoptée, à savoir l'utilisation d'un module de transposition de fréquence, et quelques applications possibles.*

## 1. APPROCHE THÉORIQUE

### 1.1. Définition

Quand une source d'onde sinusoïdale est en mouvement par rapport à un récepteur, celui-ci attribue aux vibrations qu'il reçoit une fréquence différente de la fréquence émise.

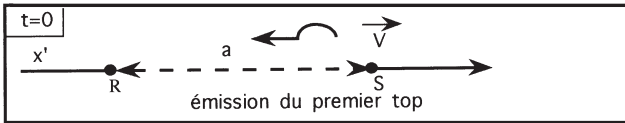
Cet effet concerne les ondes de nature quelconque :

- ondes sonores (par exemple les ondes émises par l'avertisseur d'un véhicule en mouvement par rapport à soi, échographie ultrasonore médicale),
- ondes électromagnétiques (décalage vers le rouge du spectre des ondes électromagnétiques émises par les étoiles en fuite).

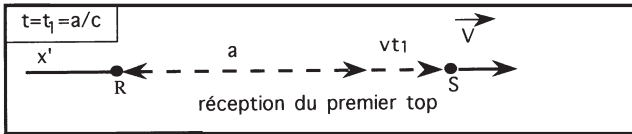
### 1.2. Étude de l'effet Doppler longitudinal

On se place dans le contexte de la mécanique newtonienne. Faisons l'étude dans un référentiel ( $E$ ), supposé galiléen, lié au récepteur  $R$ . La source  $S$  étant animée d'une vitesse  $\vec{V}$  par rapport au récepteur, l'effet Doppler est dit longitudinal si l'axe ( $S, \vec{V}$ ) passe par  $R$ . On néglige l'atténuation éventuelle du signal, qui n'a pas d'influence dans la suite du raisonnement. Il est souhaitable de faire quatre figures (bien que deux suffisent au calcul) :

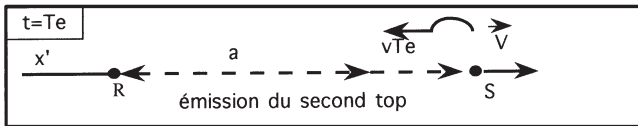
- A  $t = 0$ , pour l'émission du premier top (alias début de période du signal) par  $S$  :



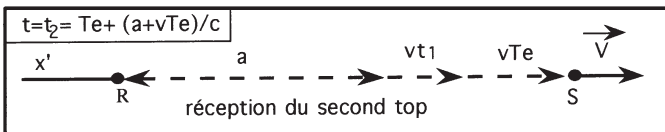
- A  $t = t_1$ , lors de la réception de ce premier top par  $R$  (avec  $c$  vitesse de propagation dans ( $E$ ) de l'onde dans le milieu considéré) :



- A  $t = T_e$ , lors de l'émission du second top par  $S$  (alias fin de la période du signal) :



- A  $t = t_2$ , lors de la réception du second top par  $R$  :



Par définition,  $t_2 = t_1 + T_r$ , si  $T_r$  est la période apparente du signal reçu par  $R$ . En conséquence :

$$T_r = t_2 - t_1 = \left[ T_e + \frac{a + VT_e}{c} \right] - \frac{a}{c} = T_e \left( 1 + \frac{V}{c} \right)$$

donc si  $V \ll c$  on a la relation sur les fréquences :

$$N_r = N_e \left( 1 - \frac{V}{c} \right).$$

On en déduit :

$$N_r - N_e = - N_e \frac{V}{c}$$

qui représente l'écart de fréquence entre l'onde émise et l'onde reçue, dû à l'effet Doppler.

## 2. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

Dans le dispositif expérimental, la source  $S$  est fixe dans le référentiel ( $E$ ) du laboratoire, émet une onde ultrasonore monochromatique de fréquence  $N_e$ , qui se réfléchit sur un mobile, puis est détectée par un récepteur fixe placé à côté de l'émetteur. En reprenant le raisonnement général, on trouve :

$$\Delta N_{Doppler} = |N_r - N_e| = 2N_e \frac{V}{c}.$$

Pour toute la description du dispositif, il est conseillé de se reporter simultanément aux schémas donnés ci-après et en annexe 1.

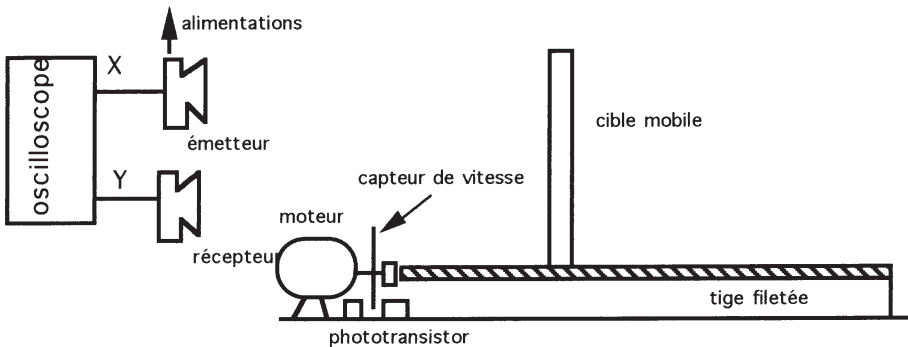


Figure 1

### 2.1. L'émetteur et le récepteur

Les transducteurs émetteur et récepteur sont montés sur des supports permettant de les localiser avec facilité sur le plan de travail. Pour cela l'émetteur est introduit à l'extrémité d'un tube PVC, puis fixé sur un support à une certaine hauteur du plan. Les liaisons électriques entre les transducteurs et les appareils de mesure sont assurées par du fil blindé.

Le transducteur émetteur est alimenté par un oscillateur électronique calé sur la fréquence de 40 000 Hz environ (que l'on peut régler). On peut visualiser directement à l'oscilloscope «l'image électrique» du signal sonore émis, c'est-à-dire un signal de même fréquence que celle du signal ultrasonore émis.

La réception du signal par le récepteur est visualisée à l'oscilloscope.

Avantages des ondes ultrasonores sur les ondes sonores :

– la fréquence élevée de l'onde émise  $N_e = 40\,000\text{ Hz}$ , et par conséquent la faible longueur d'onde  $\lambda$  associée  $\lambda = \frac{c}{N_e} = \frac{343}{40000} = 8,6\text{ cm}$  à  $T = 293\text{ K}$ , permettent de négliger

le **phénomène de diffraction** par les objets environnants, qui perturbent beaucoup certaines expériences avec les ondes sonores ;

– la **directivité partielle** du faisceau émis permet un meilleur confort d'utilisation expérimental.

### 2.2. La cible mobile

Il s'agit de réaliser un mobile, pouvant réfléchir les ondes ultrasonores, de vitesse rectiligne facilement réglable. Pour cela, on utilise un moteur à courant continu, alimenté par une source de puissance de  $[12\text{ V} / 2\text{ A}]$  réglable au moyen d'un rhéostat de  $[23\text{ W} / 7\text{ A}]$ . Celui-ci fait tourner autour de son axe une tige filetée de pas  $p = 1,25\text{ mm}$  en rotation et provoque le déplacement linéaire du mobile astreint à se déplacer dans une gouttière en  $U$ . Des interrupteurs de bout de course arrêtent le mobile aux extrémités de la tige filetée, et des commutateurs permettent le déplacement aller ou retour.

Accouplé au moteur, un capteur de vitesse constitué d'un disque troué et d'un phototransistor alimenté par une source de tension classique  $\pm 15\text{ V}$ , permet la lecture immédiate de la fréquence de rotation  $f$  de la tige au moyen d'un fréquencemètre (multimètre) ou de l'oscilloscope. La connaissance de cette fréquence  $f$  permet de déterminer la vitesse de déplacement de la plaque. En effet, si le pas de la tige est connu, on a  $v = f.p$ .

En mesurant  $N$  grâce à l'observation du signal du capteur sur l'oscilloscope, on a donc accès à  $v$ . Cette mesure devra être comparée à celle obtenue en exploitant l'effet Doppler par mesure de  $\Delta N = 2N_e \frac{V}{c}$ .

### 3. OBSERVATION DU SIGNAL RÉFLÉCHI SUR LA CIBLE MOBILE

#### 3.1. Observation directe

Cette première manipulation a pour but de montrer aux élèves, la difficulté et l'imprécision d'une mesure directe de  $\Delta N$ . En effet,  $N_e$  est de l'ordre de 40 kHz et  $c = 340 \text{ m.s}^{-1}$ . En considérant des vitesses de déplacement de la plaque de quelques  $\text{cm.s}^{-1}$ , on aboutit pour  $\Delta N$  à des valeurs de *quelques Hertz*. Cela va nous conduire à utiliser le module de transposition de fréquence présenté par la suite.

On positionne donc les transducteurs émetteur et récepteur côte à côte au bout du banc et on alimente les différents dispositifs de façon appropriée. On visualise alors directement sur l'oscilloscope les signaux de l'émetteur et du récepteur.

Des mesures ont été réalisées d'une part avec la plaque immobile et d'autre part avec la plaque en mouvement (voir les tableaux de mesures en annexe 2, séries 1 et 2).

Les mesures avec la plaque immobile mettent en évidence des fluctuations importantes de  $N_e$  et  $N_r$ . Après vérification, ces fluctuations ont pu être attribuées à la technique de mesure de la fréquence par l'oscilloscope et non à une dérive en fréquence de l'émetteur. Afin de limiter ces fluctuations, il est conseillé de faire fonctionner l'oscilloscope en mode moyenné.

Les mesures avec la plaque immobile permettent ainsi de constater que l'écart de fréquence que l'on peut observer lorsque la plaque est en mouvement est du même ordre de grandeur que celui mesuré lorsque la plaque est fixe et ne peut donc pas être attribué à l'effet Doppler.

Une autre possibilité est proposée à l'élève : l'utilisation de battement. En effet, puisque l'on a :

$$\text{avec :} \quad \psi_1 = A \cos(\omega_1 t) \quad \text{et} \quad \psi_2 = A \cos(\omega_2 t)$$

$$\Psi = \psi_1 + \psi_2 = 2A \cos(\omega_{\text{mod}} t) \cos(\omega_M t)$$

$$\text{avec :} \quad \omega_{\text{mod}} = (\omega_r - \omega_e) / 2$$

La mesure de  $\omega_{\text{mod}}$  permet a priori de déterminer  $\Delta N$ . Cependant, là encore, l'observation directe est impossible ; un simple calcul d'ordre de grandeur permet de le vérifier ;  $\Delta N = 10 \text{ Hz}$ . Une telle fréquence est difficilement observable sur l'oscilloscope.

D'un point de vue pratique, la somme des deux signaux est réalisée directement par la fonction +/- de l'oscilloscope.

La propagation le long des câbles introduit une erreur négligeable, car la valeur numérique de la célérité des ondes électromagnétiques est très grande devant celle des ondes sonores.

### 3.2. Utilisation d'un module transposition de fréquence

#### Schéma de principe

Il s'agit de «fabriquer» un signal  $v_s$  à partir de  $v_e$  et  $v_r$ , périodique, de fréquence proportionnelle à  $\Delta N$ . Pour cela il est intéressant de recourir au montage «transposition de fréquence», dit encore «comparateur de phase» de schéma bloc suivant (voir figure 2).

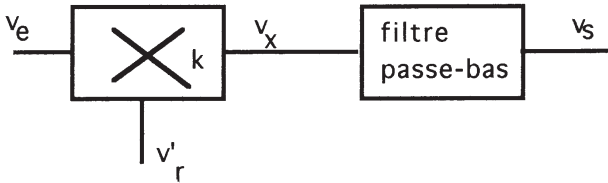


Figure 2

Il comprend un multiplieur de constante  $k$  et un filtre passe-bas de fréquence de coupure *inférieure* à celle des signaux d'entrée.

On note  $v_e(t) = E_e \cos(\omega_e t)$  et  $v'_r(t) = E'_r \cos(\omega_r t - \varphi)$  signal de réception amplifiée et remis en forme, avec  $\varphi$  le retard de phase du signal de réception par rapport à celui d'émission.

Après le multiplieur on a :

$$v_x(t) = k E_e E'_r \cos(\omega_e t) \cos(\omega_r t - \varphi) =$$

$$k \frac{E_e E'_r}{2} \left[ \cos((\omega_e - \omega_r) t + \varphi) + \cos((\omega_e + \omega_r) t - \varphi) \right].$$

Après le filtre passe-bas de fréquence de coupure inférieure à 80 kHz, on a :

$$v_s(t) = k \frac{E_e E'_r}{2} [\cos((\omega_e - \omega_r) t + \varphi)] .$$

Le schéma du filtre du second ordre de type Butterworth est donné ci-après (voir figure 3).

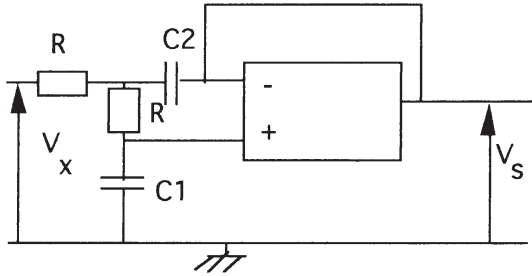


Figure 3 : Avec  $R = 100 \text{ k}\Omega$  ;  $C_1 = 22 \text{ nF}$  -  $C_2 = 44 \text{ nF}$ .

La fonction de transfert harmonique est :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j2RC_1 + R^2 C_1 C_2 (j\omega)^2} .$$

Si  $C_2 = 2 C_1$  on calcule la fréquence de coupure à  $-3 \text{ dB}$  :

$$N_c = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{2RC_1}} = 51 \text{ Hz} .$$

On aboutit alors au résultat :

$$\Delta N_{mes} = \Delta N_{doppler} .$$

Des exemples de courbes visualisées sur l'oscilloscope sont fournies en annexe 3.

Remarque : Étant donnée que la vitesse de la plaque est toujours inférieure à  $50 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$  (limite très large) ceci implique que  $\Delta N_{mes} < 120 \text{ Hz}$ . Dans ces conditions, une fréquence de coupure de l'ordre de 100 Hz pour le filtre est envisageable.

#### 4. EXPLOITATION

##### 4.1. Détermination de la vitesse d'un mobile : principe du radar

On câble maintenant la chaîne complète (voir les branchements en annexe 1). Les mesures effectuées sont fournies en annexes 2, série 3. On constate que les résultats pour la vitesse calculée à partir de la fréquence de rotation de la tige sont en bon accord avec ceux obtenus en exploitant l'effet Doppler. L'incertitude relative est toujours inférieure à 5 %.

*Remarque* : Certains phénomènes extérieurs peuvent parasiter les mesures et sont sources d'erreurs. Les principaux rencontrés sont :

- les vibrations mécaniques de la plaque lors de son déplacement entraînent une distorsion du signal qui n'est plus rigoureusement sinusoïdal,
- la fréquence de rotation du moteur n'est pas rigoureusement constante,
- une amplification suffisante est nécessaire en entrée du montage pour éliminer le bruit.

##### 4.2. Célérité du son dans l'air : traitement statistique d'une série de mesures

Cette étude peut-être l'occasion de faire réaliser une étude statistique par les élèves à partir de leurs résultats de mesures. Un calcul direct d'incertitudes est impossible, les sources d'erreurs étant nombreuses et non quantifiables, donc une étude statistique s'impose.

Soit une grandeur physique dont la valeur vraie est  $x_0$  et dont la mesure a donné la valeur  $x$ , uniquement entachée d'erreur accidentelle ou aléatoire. En **absence d'erreur systématique**, un **très grand nombre** de mesures se répartissent suivant une courbe dite de Gauss représentant donc le nombre de mesures  $y$  ayant une valeur donnée  $x$ , pour différentes valeurs de  $x$  : il s'agit d'une loi de probabilité. Pour plus de précision se référer à la courbe  $\frac{y}{y_{\max}}$  en fonction de  $x$  avec  $x_0 = 0$  pour cette illustration.



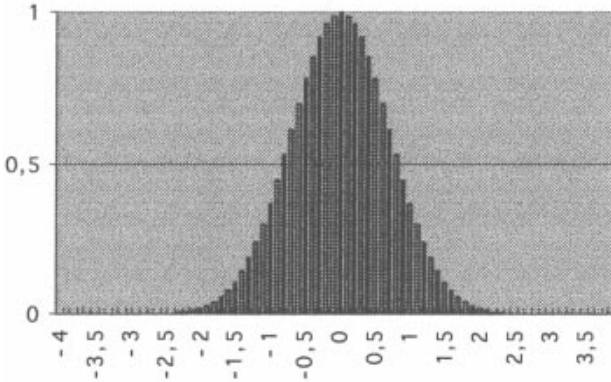


Figure 4

On définit ainsi la valeur moyenne qui tend vers  $x_0$  pour un nombre infini de mesure et l'écart-type  $s$ . Si on fait une mesure dont le résultat est  $x$  et si on peut dire qu'on a une probabilité  $p$  pour que la vraie valeur soit dans l'intervalle  $x - bs$  et  $x + bs$ , où  $b$  est un coefficient numérique, on dira que **l'intervalle de confiance** est  $[x - bs, x + bs]$  avec le niveau de confiance  $p$ ; on utilise souvent le niveau de confiance 0,95 ce qui signifie qu'il y a quatre-vingt-quinze chances sur cent pour que la vraie valeur soit dans l'intervalle ci-dessus.

Intervalle de confiance	Niveau de confiance
$x = m \pm s$	68 %
$x = m \pm 1,96 s$	95 %
$x = m \pm 2 s$	95,4 %
$x = m \pm 2,57 s$	99 %
$x = m \pm 3 s$	99,7 %

On n'effectue bien sûr jamais un nombre infini de mesures, mais un nombre **fini**  $n$ , il faut donc trouver des **estimateurs**  $m$  et  $s^2$  des valeurs  $x_0$  et  $s^2$  de la distribution théorique de Gauss.

Après **élimination** éventuelle de résultats **manifestement aberrants**, les meilleurs estimateurs sont :

$$m = \frac{\sum_i x_i}{n}$$

et :

$$s^2 = \frac{\sum_i (x_i - m)^2}{n - 1}$$

alors l'intervalle de confiance auquel appartient  $x_o$  est estimé par :

$$m - t \frac{s}{\sqrt{n}} \leq x_o \leq m + t \frac{s}{\sqrt{n}}$$

où  $t$  est une variable aléatoire dépendant de  $n$  et du niveau de confiance suivant la loi de Student ci-dessous :

<b>n</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>12</b>
$t_{0,95}$	12,7	4,30	3,18	2,78	2,57	2,45	2,37	2,31	2,26	2,20
$t_{0,99}$	63,7	9,93	5,84	4,60	4,03	3,71	3,50	3,25	2,25	3,11
<b>n</b>	<b>14</b>	<b>16</b>	<b>18</b>	<b>20</b>	<b>25</b>	<b>30</b>	<b>40</b>	<b>50</b>	$\infty$	
$t_{0,95}$	2,16	2,13	2,11	2,09	2,06	2,04	2,02	2,01	1,96	
$t_{0,99}$	3,01	2,95	2,90	2,86	2,80	2,76	2,70	2,68	2,58	

Alors  $\Delta x = t \frac{s}{\sqrt{n}}$  est une estimation de l'incertitude de la mesure de  $x_o$ .

Les résultats obtenus à partir de nos mesures sont fournis en annexe 2. L'encadrement fourni par cette étude pour la vitesse de propagation des ultrasons dans l'air est satisfaisant puisque pour  $T = 293 \text{ K}$  la valeur théorique donne  $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} = 343 \text{ m.s}^{-1}$  avec  $\gamma = 1,4$  ;  $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}$  ;  $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$  = masse molaire de l'air.

## CONCLUSION

Cette étude présente l'intérêt d'aborder de nombreux points à la fois théoriques et expérimentaux. Au point de vue théorique, on étudie bien sûr l'effet Doppler mais aussi la notion d'étude statistique (approche métrologique).

Au niveau de la pratique expérimentale, l'utilisation de l'oscilloscope numérique est un des objectifs de l'étude mais c'est aussi l'occasion de mettre en œuvre des dispositifs électroniques adaptés pour la mise en forme de signaux et la réalisation de fonctions précises.

## *Annexe 1*

### *Schéma de la maquette*

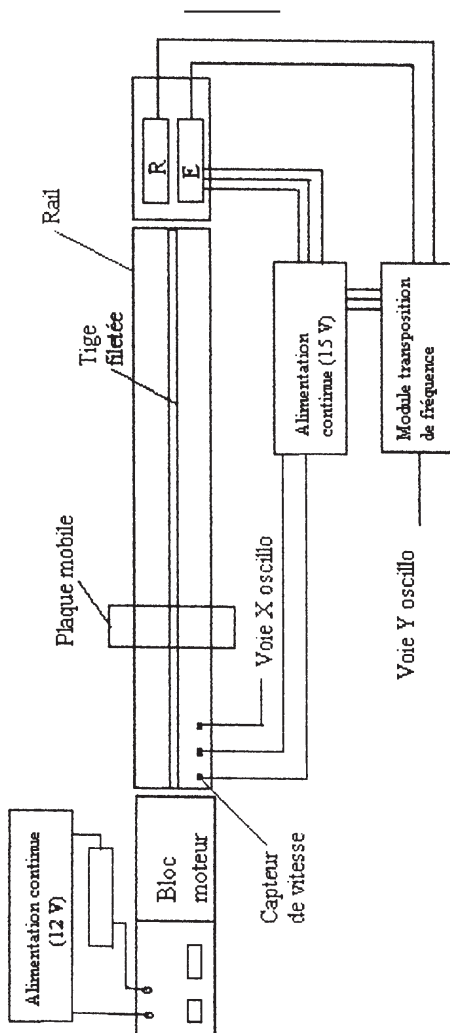


Figure 5

## *Annexe 2*

### *Résultats expérimentaux*

---

#### SÉRIE N° 1 : PLAQUE IMMOBILE

L'oscilloscope fonctionne en mode AVERAGE.

Ne (kHz)	Nr (kHz)
40,40	40,44
40,40	40,49
40,40	40,40
40,44	40,36

#### SÉRIE N° 2 : PLAQUE MOBILE ; OBSERVATION DIRECTE (SANS LE MODULE TRANSPOSITION DE FRÉQUENCE)

L'oscilloscope fonctionne en mode NORMAL.

Ne (kHz)	Nr (kHz)
40,32	40,40
40,44	40,40

L'oscilloscope fonctionne en mode AVERAGE.

Ne (kHz)	Nr (kHz)
40,32	40,57
40,36	39,45
40,32	40,32
40,28	40,40

### SÉRIE N° 3 : PLAQUE MOBILE ; UTILISATION DU MODULE TRANSPOSITION DE FRÉQUENCE

f : fréquence de rotation du moteur (Hz)	V : vitesse de la plaque (capteur) (mm/s)	$\Delta N$ (Hz)	Vitesse de la plaque (doppler) (mm/s)	Incertitude relative
9,5	11,9	2,8	12,1	1,7
11,4	14,3	3,3	14,2	0,7
17,8	22,25	4,95	21,4	3,8
21	26,3	5,9	25,5	3
21,7	27,2	6,3	27,2	0
26,8	33,5	7,5	32,4	3
30,3	37,9	8,7	37,6	0,7
35	43,7	9,6	41,5	5
35,7	44,6	10,1	43,7	2
46,9	58,6	13,9	60,1	2,5

### SÉRIE N° 4 : ÉTUDE STATISTIQUE

f (signal capteur)	$\Delta N$ (Hz)	f / $\Delta N$	$C_{son}$ (m/s)
9,5	1,4	6,78	339
11,4	1,65	6,91	345
18,2	2,6	7	350
21,7	3,15	6,89	344
26,8	3,75	7,15	357
30,3	4,35	6,96	348

On en déduit :

$$m = 347 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{et} \quad s = 6,1$$

On a donc :

- pour un niveau de confiance de 95 % :  $341 \text{ m.s}^{-1} < C_{son} < 354 \text{ m.s}^{-1}$ ,
- pour un niveau de confiance de 99 % :  $337 \text{ m.s}^{-1} < C_{son} < 357 \text{ m.s}^{-1}$ .

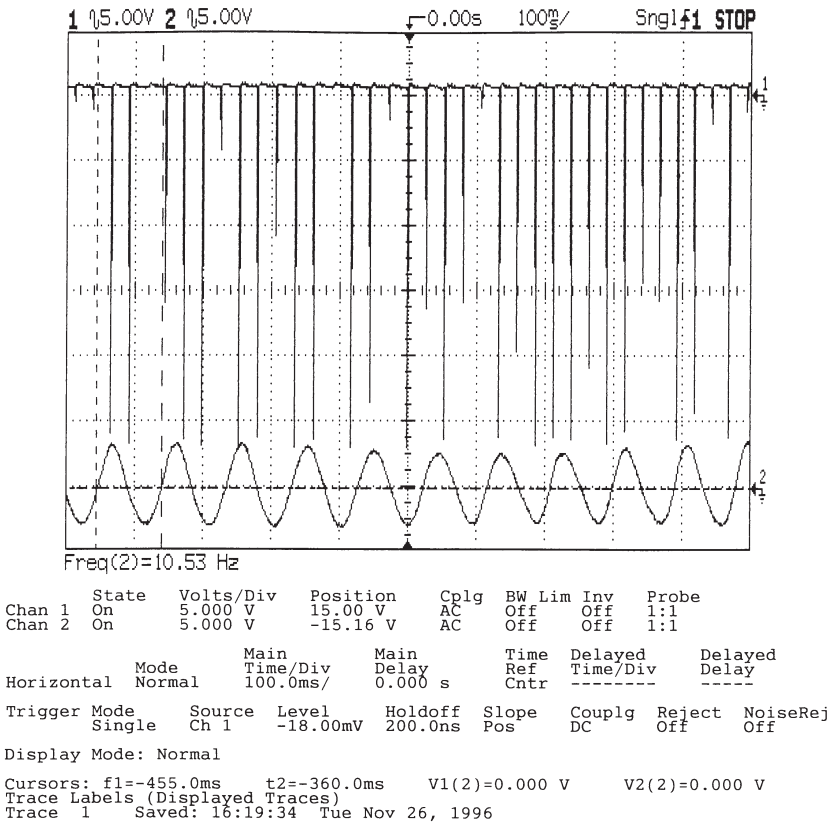
### Annexe 3

**Signal 1 (capteur)**

$$N_1 = 37,9 \text{ Hz} \Rightarrow v = N \times p = 47,3 \text{ mm/s}$$

**Signal 2**

$$N_2 = 10,5 \text{ Hz} \Rightarrow v = \frac{N_2 \times C_{son}}{2 \times Ne} = \frac{10,5 \times 346 \times 10^3}{2 \times 40 \times 10^3} = 45,4 \text{ mm/s}$$



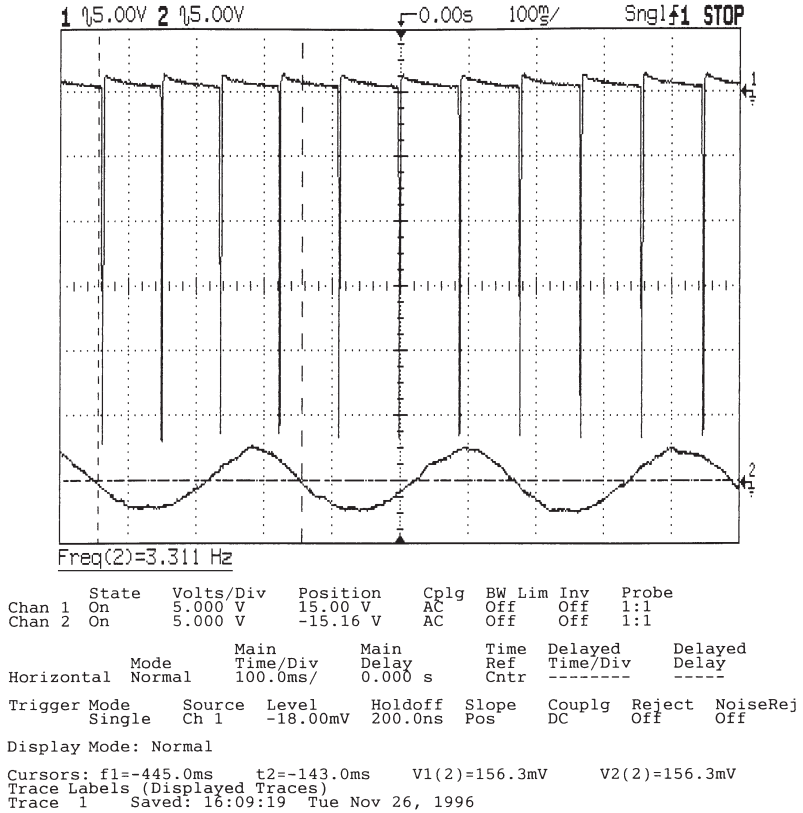
**Figure 6 :** Exemples de signaux observés sur l'oscilloscope lorsque la plaque se déplace relativement rapidement.

**Signal 1**

$$N_1 = 11,5 \text{ Hz} \Rightarrow V = 14,4 \text{ mm/s}$$

**Signal 2**

$$N_2 = 3,3 \text{ Hz} \Rightarrow V = 14,3 \text{ mm/s}$$



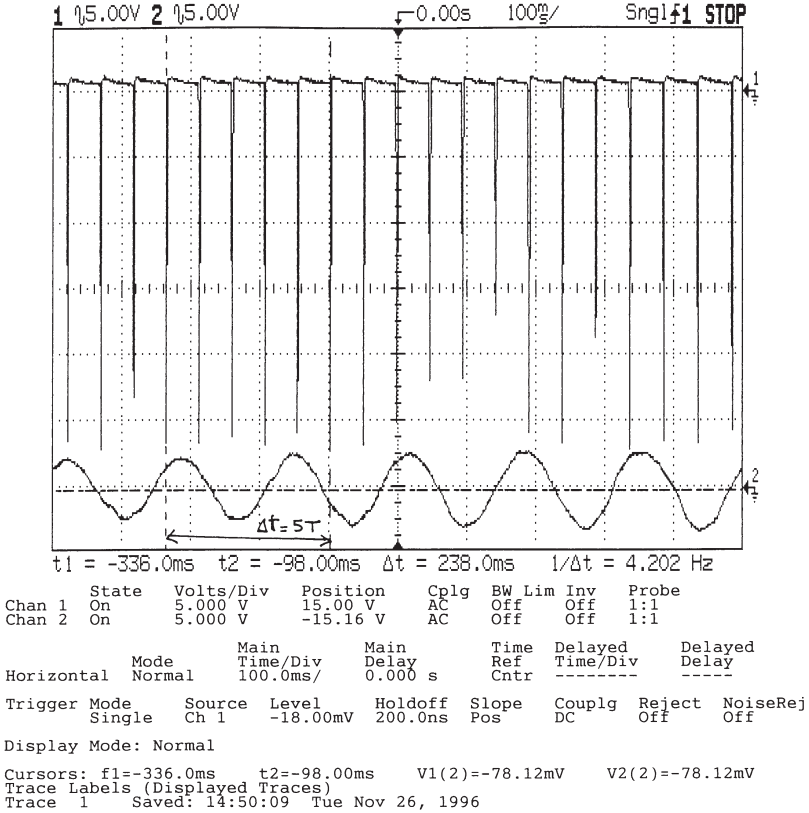
**Figure 7** : Exemples de signaux observés avec un déplacement lent de la plaque.

**Signal 1**

$$N_1 = 21 \text{ Hz} \Rightarrow V = 26,3 \text{ mm/s}$$

**Signal 2**

$$N_2 = 6 \text{ Hz} \Rightarrow V = 25,9 \text{ mm/s}$$



**Figure 8**