

Sur le traitement de la relativité restreinte dans les livres de terminale S

Édition 2012

par **Nicolas HERGOTT**
Lycée Lacassagne - 69003 Lyon
nicolashergott@gmail.com

RÉSUMÉ

Cet article corrige quelques raccourcis malencontreux repérés dans le chapitre « relativité restreinte » des nouveaux livres de terminale S, notamment au sujet de la dilatation du temps.

Le chapitre sur le temps et la relativité restreinte peut rapidement conduire à des contresens en l'absence d'une formulation précise des principes de relativité. Tous les manuels ne se valent pas sur ce point, et le souci de simplification a été parfois poussé trop loin. Les citations qui suivent proviennent essentiellement du Bordas (d'avril 2012), mais tous les manuels sont ponctuellement concernés.

Les quelques commentaires ci-dessous pourraient être utiles à des collègues qui, au-delà de la lecture d'excellents livres de vulgarisation⁽¹⁾, souhaitent vérifier la cohérence de leur propre formulation des principes relativistes pour mieux répondre aux questions que des élèves ne manqueront pas de poser.

Par ailleurs, je ne saurais trop conseiller la (re)lecture de véritables ouvrages universitaires sur ce sujet⁽²⁾, qui donnent le recul nécessaire pour être sûr des explications données.

« Le mouvement provoque un ralentissement du temps. Pour EINSTEIN, le temps est simplement ce que mesure une horloge : ainsi, une horloge en mouvement fonctionne plus lentement qu'une horloge stationnaire. » (Bordas, p. 221).

La notion de mouvement est relative à un certain référentiel, or la phrase précédente

-
- (1) [12] est un grand classique d'EINSTEIN, et aborde également la relativité générale, presque sans équation ! [15] répond à des questions souvent posées au sujet de la relativité.
- (2) De nombreux ouvrages existent au niveau premier cycle : par exemple [16] n'est pas écrit par des spécialistes, mais il est très pédagogique. [2] est particulièrement clair et complet, et la partie qui nous concerne reste élémentaire (la suite est de niveau L3). [3] est un livre de niveau M1-M2 qui permet d'aborder (en toute rigueur et généralité mathématique) les avancées et applications récentes de la relativité restreinte.

implique que le mouvement est repérable dans l'absolu (par le « ralentissement ») : elle n'a donc pas de sens. Il aurait fallu dire : Une horloge H' en mouvement dans un référentiel S paraît retarder quand ses indications sont comparées avec celles des horloges fixes dans S avec lesquelles elle vient successivement coïncider⁽³⁾. Alors que la notion de mouvement rectiligne uniforme est purement relative, c'est la dissymétrie entre les méthodes de mesure (d'un côté par une horloge et de l'autre par des horloges) qui intervient nécessairement pour expliquer une inégalité de type $T > T_0$ (voir par exemple *Le Bup* [11], p. 1031).

Cette erreur se retrouve dans le Hachette, p. 215 : « Deux horloges en mouvement relatif ne mesurent pas la même durée entre les deux mêmes événements : $\Delta T' > \Delta T_0$. C'est le phénomène de dilatation des durées. Une horloge qui se déplace par rapport à un observateur bat plus lentement qu'une horloge immobile par rapport à cet observateur », et p. 217 un QCM conforte cette interprétation erronée. Ou encore dans le Nathan, p. 249 et p. 251 : « une horloge en mouvement retarde par rapport à une horloge dite fixe » (c'est toujours moi qui souligne).

Ainsi dans l'activité 2 (p. 245) du même livre, une source fixe dans un train émet un éclair qui est renvoyé vers la source par un miroir placé à la verticale⁽⁴⁾. Et sur le quai de la gare, on affirme mesurer l'intervalle de temps impropre correspondant avec « une horloge »⁽⁵⁾.

Dans cette activité, l'horloge « du wagon » aurait dû être placée au point d'émission (et de réception) de la lumière, car d'une part la méthode de synchronisation des horloges dans le référentiel du train n'est pas expliquée⁽⁶⁾, d'autre part on risque de perdre de vue dans ce cas l'intérêt du trajet « retour » de la lumière, qui est de pouvoir parler d'un temps propre, et non pas d'une « durée Δt_{wagon} » comme cela est écrit. En effet, un élève pourrait demander à son professeur pourquoi on ne se contente pas de mesurer avec l'horloge « du wagon » un Δt_{wagon} correspondant au seul trajet aller, d'autant que cela conduirait au même facteur $(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$? Il faudrait alors répondre que la « durée Δt_{wagon} » correspondante n'est pas un temps propre, et que d'ailleurs le même raisonnement de type « aller simple » appliqué à un ascenseur en mouvement vertical conduirait à une autre valeur⁽⁷⁾ de ce facteur.

(3) Ces horloges ayant été mutuellement synchronisées dans S, ce qu'il serait logique d'expliquer au préalable, malheureusement le programme n'y incite pas. EINSTEIN débute pourtant son article fondateur de la relativité restreinte [1] par la notion de simultanéité, définie à l'aide d'une *convention* de synchronisation des horloges (p. 893-894 pour les germanistes).

(4) Tous les manuels reprennent cette expérience d'« horloge de lumière » suggérée par la présentation du programme officiel.

(5) On peut dire la même chose à partir du dessin (très vague) page 214 du Hachette.

(6) Cette synchronisation serait d'ailleurs en toute rigueur impossible si le train accélérât (cf. [3], p. 401).

(7) Les valeurs obtenues dans le cas « aller-simple » correspondent en fait à l'effet Doppler relativiste.

Les ambiguïtés proviennent ici de ce que l'on associe implicitement une horloge à tout un référentiel⁽⁸⁾ (le wagon), alors que les indications qu'elle fournit ne sont *a priori* pertinentes que pour les événements où elle se trouve. EINSTEIN fonde d'ailleurs sa théorie sur ce constat (cf. [1]).

Remarquons au passage qu'aucun manuel ne présente de démonstration rigoureuse à partir de cette expérience. En effet, la formule de « dilatation du temps » impose une « contraction des longueurs »⁽⁹⁾ dans le sens du mouvement au moins. On devrait donc justifier (ou admettre explicitement) qu'il ne peut y avoir de contraction dans le sens transversal, ce dont on se sert implicitement dans le calcul. Dans les livres universitaires, cet exemple n'est de fait traité qu'après avoir établi la transformation de LORENTZ.

« Le phénomène de dilatation du temps présente ses limites. En effet, c'est seulement quand un système est en mouvement rectiligne uniforme que son horloge ralentit. Cette restriction importante a conduit Einstein à parler de relativité restreinte » (Bordas, p. 222).

Ceci est franchement faux. D'une part, le retard tel que l'on vient de le caractériser se produit bien également lorsque l'horloge H' est en mouvement accélééré par rapport à un référentiel galiléen, et d'autre part la relativité restreinte s'applique parfaitement bien à ce cas⁽¹⁰⁾ ! La quasi-totalité de [3] est même écrite pour un *observateur* quelconque (accélééré, en rotation...) dans le cadre de la relativité *restreinte*.

La relativité générale n'est en pratique nécessaire que dans les problèmes où intervient la gravitation⁽¹¹⁾. La confusion du Bordas vient peut-être de ce qu'en relativité générale on utilise l'équivalence *locale* entre un champ de gravitation et une accélération (ce qui permet de faire le lien avec les résultats de la relativité restreinte).

(8) On retrouve encore ceci dans le HATIER (p. 263) : « tout référentiel doit donc être associé à une horloge qui lui est propre ».

(9) Une des notions fondamentales de la relativité est celle d'espace-temps : cela n'a pas beaucoup de sens de parler de temps sans parler d'espace, comme le fait ce programme 2012. L'expérience des muons cosmiques présentée dans tous les manuels peut facilement conduire à des questions sur la contraction des longueurs.

(10) Voir par exemple page 47 de [13], ou page 164 de [14]. Il est certes vrai qu'il faut prendre des précautions si l'on se place dans le référentiel propre d'un observateur accéléré (mais ce n'est pas le cas évoqué par le Bordas) : dans ce cas l'étiquetage des événements n'est plus univoque pour les événements situés trop loin de l'observateur (ce problème est lié à la synchronisation des horloges). Toutefois pour une accélération modeste (de l'ordre de $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$), on montre ([3], p. 97) que les coordonnées des événements restent bien définies sur une distance de l'ordre de l'année-lumière autour de l'observateur !

(11) Pour cette raison en relativité restreinte on écrit en principe les lois de la physique dans les référentiels en chute libre appelés référentiels « inertiels » (où le poids disparaît). Le terme « galiléen » est donc en principe un abus de langage dans ce chapitre. Toutefois on montre que les effets gravitationnels relativistes sont négligeables dès que $|\Phi|/c^2 \ll 1$, Φ représentant le potentiel gravitationnel (que l'on peut définir par $E_{\text{pp}} = m \Phi$). Or ce rapport vaut au maximum 10^{-6} dans le système solaire (cas de la surface du Soleil). Dans ce cadre la confusion entre les termes ne porte pas à conséquence.

On lit dans le *même* paragraphe du Bordas : « Exemple : Après un voyage de un an à une vitesse proche de celle de la lumière, les passagers d'un vaisseau spatial n'auraient vieilli que d'un an, alors que des personnes restées sur Terre seraient plus âgées de 20 ans. »

Cette phrase n'a justement aucun sens physique dans le cas d'un mouvement rectiligne uniforme, car pour que la comparaison d'âge (ou de durée) ait un sens physique, elle devrait avoir lieu au même point (pour qu'il y ait après le départ un deuxième événement en commun). Encore une fois, on peut seulement dire qu'une horloge (durée propre) fixe dans le vaisseau spatial retardera lorsque ses indications seront comparées à celles des horloges (durée impropre) fixes dans le référentiel terrestre devant lesquelles elle passera successivement.

Mais admettons que le vaisseau fasse un voyage aller-retour (vers une étoile lointaine). Dans ce cas, la comparaison au retour est possible. La formule dite de « dilatation du temps » $dT_{\text{mesurée}} = \gamma dT_{\text{propre}}$ (avec $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2} > 1$), appliquée tout au long du voyage, implique effectivement que les passagers du vaisseau auront moins vieilli⁽¹²⁾.

On pourrait croire qu'il y a là une contradiction : chacun des deux groupes de personnes peut se considérer comme fixe et considérer l'autre comme en mouvement, et devrait « donc » avoir vieilli davantage que l'autre, ce qui n'a pas de sens.

L'explication de ce fameux « paradoxe des jumeaux »⁽¹³⁾ est la suivante : l'inégalité $T_{\text{mesurée}} > T_{\text{propre}}$ n'est vraie que lorsque le référentiel où l'on mesure $T_{\text{mesurée}}$ (lui au moins) est galiléen⁽¹⁴⁾. C'est bien le cas du référentiel terrestre, mais pas celui du vaisseau spatial puisqu'au cours du voyage aller-retour celui-ci a nécessairement subi une accélération, d'où la dissymétrie de la situation (voir dans *Le Bup* [11], p.1038). La formule $dT_{\text{mesurée}} = \gamma dT_{\text{propre}}$ n'est donc pas applicable dans le référentiel du vaisseau.

(12) Cet effet a été prévu par EINSTEIN dès 1905 ([1], p.904), et popularisé par LANGEVIN en 1911. Dans la formule précédente dT_{propre} représente la durée (infinitésimale) entre deux événements proches mesurée par une horloge (donc au même endroit pour elle) considérée comme étant en mouvement par rapport au référentiel dans lequel on mesure $dT_{\text{mesurée}}$ à l'aide de deux horloges distinctes : celles qui coïncident avec les deux positions successives de la première horloge « mobile » ($dT_{\text{mesurée}}$ est une durée impropre).

(13) Une discussion précise du paradoxe se trouve dans *Le Bup* [11]. On lira également avec profit [2] pages 101 à 105, dans lequel on répond à différentes objections. Pour une discussion quantitative (mais de plus haut niveau), lire [3] pages 41 à 57. On montre par exemple qu'après un voyage aller-retour de quarante ans dans une fusée dont la norme de l'accélération propre est constante et égale à $9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, la durée écoulée sur Terre vaut 52 000 ans ! On en trouvera également une discussion et des valeurs numériques dans les chapitres 7 et 11 de [15].

(14) La démonstration de la formule $dT_{\text{mesurée}} = \gamma dT_{\text{propre}}$ suppose que le référentiel propre est lui aussi galiléen, mais il est facile d'en déduire que $T_{\text{mesurée}} > T_{\text{propre}}$ même dans le cas où il ne l'est pas, car à chaque instant on peut trouver un référentiel galiléen qui coïncide (sur une durée infinitésimale) avec le référentiel propre. La formule précédente reste donc vraie (avec une valeur variable de γ toujours > 1) pour toutes les durées infinitésimales qui se succèdent au cours du voyage.

Autrement dit, la situation des deux jumeaux n'est pas symétrique, car le référentiel propre du vaisseau spatial ne peut pas être galiléen sur la globalité du trajet. Or la relativité restreinte affirme l'équivalence entre eux des référentiels galiléens seulement⁽¹⁵⁾.

Attention, il serait faux de dire que le « vieillissement » des passagers a lieu uniquement pendant que le vaisseau accélère, car encore une fois la comparaison d'*âge* ne prend de sens physique qu'entre deux événements communs aux deux groupes de personnes, donc seulement au retour sur Terre. Pour prendre une image, comparons un segment de droite [AC] avec une ligne brisée {ABC} : on a bien $AC < AB + BC$. L'existence d'une brisure en B est alors équivalente au fait que la ligne {ABC} est plus longue, mais on ne peut pas dire que c'est « en B » que cette ligne devient plus longue. Certains auteurs ([15], p. 122) préfèrent le dire ainsi : « l'origine de la dissymétrie n'est pas dans un effet propre à l'accélération, mais dans le changement de référentiel⁽¹⁶⁾ qu'elle implique ».

« On parle de durée mesurée pour un observateur en mouvement par rapport aux événements observés » (Bordas, p. 222)⁽¹⁷⁾.

En relativité, le terme consacré serait ici « durée impropre » au lieu de « durée mesurée ». Il me semble que cette définition de « durée mesurée » prête à confusion, car une durée que l'on mesure peut être une durée « propre ». Il est vrai que le programme indique (assez vaguement) « Exploiter la relation entre durée propre et durée mesurée », mais il faut se garder à mon avis d'en tirer une définition aussi spécifique du terme « durée mesurée ».

« La vitesse de la lumière dans le vide ne dépend ni du mouvement de la source ni de celui de l'observateur. Elle a la même valeur c quelles que soient les circonstances » (Bordas, p. 221).

Pour prendre un exemple trivial, considérons le mouvement que fait le Soleil lorsque l'on fait un tour sur soi-même : dans notre propre référentiel, sa vitesse (et celle de la lumière qu'il émet) dépasse alors largement c .

Même en l'absence de rotation par rapport à un référentiel galiléen (inertiel), l'accélération propre de l'observateur a aussi une influence sur la vitesse de la lumière si on la définit comme la dérivée du vecteur observateur-photon par rapport au temps propre

(15) Pour les initiés de l'espace-temps de Minkowski, on peut dire que les lignes d'univers des deux jumeaux ne sont pas équivalentes, puisque seule l'une des deux est une droite, correspondant à une 4-accélération nulle ([3], p 45). Or l'élément de temps propre n'est pas une différentielle exacte : il dépend de la ligne d'univers. Il a été montré récemment que la simple préservation de la causalité le long de lignes d'univers continues implique nécessairement une dépendance des intervalles de temps propre par rapport aux 4-accélération ([9], p 112), sans même faire les hypothèses classiques d'homogénéité et d'isotropie de l'espace de la relativité restreinte.

(16) Sous-entendu : « le passage du référentiel propre du vaisseau d'un référentiel galiléen à un autre ».

(17) On trouve une définition analogue dans le Hachette, page 215.

de l'observateur⁽¹⁸⁾ ([3], p. 125).

Le programme s'en tient en fait judicieusement à ceci : « la vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels galiléens ». Toutefois pour généraliser il serait encore correct d'écrire : « la vitesse de la lumière mesurée en un point où il se trouve par tout observateur (même accéléré, même en rotation) est toujours égale à la constante c ».

Les tests expérimentaux de la constance de c présentés dans les livres de terminale sont d'ailleurs relativement anciens (voire historiques), alors que leur précision a été grandement améliorée [7].

Signalons néanmoins que l'on sait aujourd'hui établir la forme des transformations de LORENTZ à partir du seul principe de relativité, sans faire l'hypothèse *a priori* de la constance de la vitesse de la lumière ! (*cf. Le Bup* [10], ou [2], p. 75). Cette démonstration prouve l'existence d'une constante universelle (indépendante du référentiel, et infinie dans la théorie galiléenne) ayant la dimension d'une vitesse, et l'on montre qu'il s'agit nécessairement de celle des particules de masse nulle. Ainsi une éventuelle remise en question de la vitesse *de la lumière* comme vitesse limite (comme on a pu le croire entre septembre 2011 et avril 2012, voir [6] et [8]) n'invaliderait pas toute la relativité.

Les horloges atomiques embarquées et le GPS sont mentionnés dans la présentation du programme officiel. Il s'agit néanmoins de sujets assez fins. Au sujet du GPS, le Bordas écrit (p. 231) : « sans synchronisation, le décalage est de 7,2 μ s en seulement 24 h ». En réalité, ceci ne correspond qu'aux prévisions de la relativité restreinte. Le décalage dû à la gravitation (relevant donc de la relativité générale) est cinq fois plus important ! (*cf.* [3], p. 713 ou [4], p. 15 pour les détails). Il aurait été bienvenu de le mentionner au passage. D'autre part, le principe de transmission impose en premier lieu de corriger l'effet Doppler relativiste ([4], p.24).

Dans l'expérience de HAFELE et KEATING ([3], p. 448 ou voir directement l'article original [5], très abordable) décrite par le Belin (p. 200), par le Bordas (p. 228) et par le Hatier (p. 269), des horloges atomiques embarquées dans des avions de ligne font le tour de la Terre, l'un étant *grosso modo* dirigé vers l'Est, l'autre vers l'Ouest, et elles sont comparées ensuite avec une horloge restée au sol. L'effet de la gravitation, qui augmente notablement la durée mesurée dans chaque avion, aurait pu là aussi être cité. De plus pour comprendre les résultats il faut tenir compte du fait que le référentiel terrestre n'est pas parfaitement galiléen. Or dans le Hatier, on lit sur ce sujet la question suivante : « la durée d'un vol mesurée dans le référentiel terrestre est-elle supérieure ou inférieure à la durée propre T_0 ? Pourquoi parle-t-on de dilatation du temps ? » (le Bordas pose également une telle question). Mais dans le cas du voyage vers l'Ouest, la vitesse de l'avion dans le référentiel géocentrique⁽¹⁹⁾ est plus faible que celle de l'horloge restée sur Terre,

(18) Et c'est implicitement le cas ici puisque la citation fait intervenir le mouvement de l'observateur.

(19) Ce référentiel étant un bien meilleur référentiel galiléen que le référentiel terrestre.

et par conséquent⁽²⁰⁾ l'horloge de cet avion indique un temps plus *grand* que l'horloge au sol (même sans tenir compte de la gravitation). On devrait donc parler dans ce cas d'une *contraction* du temps, contrairement à ce qu'attend l'énoncé.

Il me semble pour conclure que dans le peu de temps imparti à ce sujet (au maximum deux semaines dans l'année ?), une étude précise des bases⁽²¹⁾ assortie d'un nombre réduit d'exemples bien compris serait plus instructive qu'une série d'exercices dans lesquels on n'attendrait guère plus que l'application automatique de la formule de dilatation du temps.

Il serait surtout contre-productif de traiter la relativité en termes *approximatifs*, qui plus est en induisant de fausses représentations. La beauté de cette théorie est en effet liée à l'analyse précise des définitions (simultanéité, temps, longueur) et à la logique implacable du raisonnement (« expériences de pensée ») ; c'est même à mon avis cette exactitude qui pourrait inciter certains élèves à poursuivre en physique, *malgré* l'impression de flou que semble dégager l'ensemble du programme. Finalement, la relativité fait partie du petit nombre de chapitres de ce programme dans lesquels il est encore possible à ce niveau de *faire* de la physique plutôt que de se contenter d'en *parler* à travers des textes de vulgarisation. Profitons-en.

BIBLIOGRAPHIE ET NETOGRAPHIE

- [1] EINSTEIN A. “Zur Elektrodynamik bewegter Körper”. *Annalen der Physik und Chemie*, Jg. 17, 1905, S. 891-921.

Voir le texte intégral commenté en version originale sur :

http://de.wikibooks.org/wiki/A._Einstein:_Kommentare_und_Erläuterungen:_Zur_Elektrodynamik_bewegter_Körper:_Einleitung pour les germanistes, et à défaut <http://www.fourmilab.ch/etexts/einstein/specrel/www/> pour les anglicistes.

Je ne connais pas de version française en ligne, mais on trouve une traduction dans : BALIBAR F. *Einstein : œuvres choisies - Tome 2 : relativités*. Ed. Seuil/CNRS.

- [2] LAMBERT M. *Relativité restreinte et électromagnétisme*. Paris : Ellipses, 2000.
- [3] GOURGOULHON E. *Relativité restreinte*. Paris : EDP Sciences, 2010.
- [4] ASHBY N. *Relativity in the Global Positioning system*.
<http://relativity.livingreviews.org/Articles/download/lrr-2003-1/download/lrr-2003-1Color.pdf>
- [5] HAFELE J. C. and Keating R. E. “1972, around the world atomic clocks: predicted relativistic time gains”. *Science*, **177**, 166.
- [6] Measurement of the neutrino velocity with the OPERA detector in the CNGS beam,
<http://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1109/1109.4897.pdf>

(20) Le principe du calcul est correctement abordé dans le Belin (ex. 26, p. 200). Mais dans le 19 p. 199, on retrouve la même imprécision dans les termes, donc la même erreur que dans les autres manuels.

(21) Par exemple en précisant clairement les limites de la formule de la dilatation du temps, ou en abordant explicitement la relativité de la simultanéité et la synchronisation des horloges.

- [7] MATTINGLY D. “Modern Tests of Lorentz Invariance”. *Living Rev. Relativity*, 8, (2005), 5.
<http://relativity.livingreviews.org/Articles/lrr-2005-5/download/lrr-2005-5Color.pdf>
- [8] Official Word on Superluminal Neutrinos Leaves Warp-Drive Fans a Shred of Hope-Barely : <http://news.sciencemag.org/scienceinsider/2012/02/official-word-on-superluminal-ne.html?ref=hp>
- [9] GRANDOU T. et RUBIN J.L. “On the Ingredients of the Twin Paradox”. *International Journal of Theoretical Physics*, 2009, 48, 101.
- [10] LECARDONNEL J.-P. « Un autre point de vue pour présenter la transformation de Lorentz ». *Bull. Un. Phys.*, juin 1979, vol. 73, n° 615, p. 1171-1196.
 Accessible sous BupDoc :
http://www.udppc.asso.fr/bupdoc/consultation/article-bup.php?ID_fiche=12206
- [11] GIÉ H. « Quelques paradoxes en relativité ». *Bull. Un. Phys.*, mai 1980, vol. 74, n° 624, p. 1029-1041.
 Accessible sous BupDoc :
http://www.udppc.asso.fr/bupdoc/consultation/article-bup.php?ID_fiche=12337
- [12] EINSTEIN A. *La relativité*. Petite bibliothèque Payot, 2001.
- [13] RINDLER W. *Essential relativity, special, general, cosmological*. 2nd Ed., Springer-Verlag, 1977.
- [14] MISNER C. W., THORNE K. S., WHEELER J. *Gravitation*. Freeman, 1973.
- [15] VIGOUREUX J.-M. *L’Univers en perspective*. Paris : Ellipses, 2006.
- [16] HULIN M. *Relativité restreinte*. Paris : Dunod, 1998.



Nicolas HERGOTT
 Professeur
 Lycée Lacassagne
 Lyon (Rhône)